注　意　問題A 1，A 2，A 3，A 4，B 1の解答を，**解答用紙**の所定の欄に記入しなさい。
空欄（ア）～（ネ）については，当てはまるもの（数，式など）を**解答用紙**の所定の欄に記入しなさい。

A 1

（1）　$h>0$ とする。実数 a に対して，

$$F(a)=\int_{-h}^{h}(e^x-a)^2dx$$

を考える。$F(a)$を最小にするような a を $A(h)$ とするとき，$A(h)=\boxed{\text{（ア）}}$，$\lim_{h\to 0}A(h)=\boxed{\text{（イ）}}$ である。

次に，関数 $g(x)=\begin{cases}0 & (x<0\text{ のとき})\\ x+x^2 & (x\geqq 0\text{ のとき})\end{cases}$ と，実数 b，c に対して，

$$G(b,\,c)=\int_{-h}^{h}\{g(x)-bx-c\}^2dx$$

を考える。$G(b,\,c)$を最小にするような $b,\,c$ をそれぞれ $B(h)$，$C(h)$ とすれば，

$\lim_{h\to 0}B(h)=\boxed{\text{（ウ）}}$，$\lim_{h\to 0}C(h)=\boxed{\text{（エ）}}$ である。

（2）　正9角形の3つの頂点でできる ${}_9C_3\,(=84)$ 個の三角形のうち，鈍角三角形の個数は $\boxed{\text{（オ）}}$ 個である。一般に，正整数 n に対して，正 $2n+1$ 角形の3つの頂点でできる鈍角三角形は，全部で $\boxed{\text{（カ）}}$ 個ある。

A 2

（1） 2つの行列 A と P を

$$A=\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix},\qquad P=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & k \end{pmatrix}$$

とする。ただし，a, b, k はいずれも実数で，$b \neq 0$ であり，P は逆行列 P^{-1} をもつとする。このとき，α と β を実数として

$$P^{-1}AP=\begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$$

となるように定数 k の値を定めると，$k=$ $\boxed{\text{（キ）}}$ である。また，α と β を a と b を用いて表すと，$\alpha=$ $\boxed{\text{（ク）}}$，$\beta=$ $\boxed{\text{（ケ）}}$ となる。したがって，行列 A の n 個の積 A^n を

$$A^n=\begin{pmatrix} \gamma & \delta \\ \delta & \gamma \end{pmatrix}$$

とすると，a, b, n を用いて，$\gamma=$ $\boxed{\text{（コ）}}$，$\delta=$ $\boxed{\text{（サ）}}$ と表すことができる。

（2） $t \neq -\dfrac{1}{2}$ であるような実数 t に対し，行列 A と，座標平面上の点 $\mathrm{Q}_n(x_n,\ y_n)$，$n=0, 1, 2, \cdots\cdots$ を，$x_0=2$，$y_0=0$，

$$A=\begin{pmatrix} 7t+2 & 2t+1 \\ 2t+1 & 7t+2 \end{pmatrix},\qquad \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}=A\begin{pmatrix} x_{n-1} \\ y_{n-1} \end{pmatrix},\ n \geqq 1$$

と定義する。このとき，すべての n について $x_n>y_n$ を満たす t の値の範囲を不等式で表すと，$\boxed{\text{（シ）}}$ となる。この場合，$n\to\infty$ としても点 Q_n は原点には近づかない。$n\to\infty$ のときに点 Q_n が原点に限りなく近づくような t の値の範囲を不等式で表すと，$\boxed{\text{（ス）}}$ となる。

A 3

次ページの図のように，座標平面上に 2 点 A$(1,\ 0)$，B$\left(\frac{1}{4},\ \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$が与えられている。また，原点 O を中心とした半径 1 の円周上に，$\angle$AOP が 0 以上 $\frac{\pi}{3}$ 以下であるような点 P がある。

いま，動点 X が，点 A を出発し，円周に沿って反時計回りに点 P に至り，その後線分 PB に沿って点 B に移動する。ただし，円周上では速さ 1 で移動し，線分 PB 上では速さ $k\,(k>0)$ で移動するものとする。$\angle \mathrm{POB}=\theta\left(0\leqq\theta\leqq\frac{\pi}{3}\right)$とし，動点 X が A から B へ至る所要時間を $f(\theta)$ とする。

（1） 線分 PB の長さを $\cos\theta$ を用いて表すと，$\boxed{（セ）}$ となる。

（2） $f(\theta)$ の導関数は

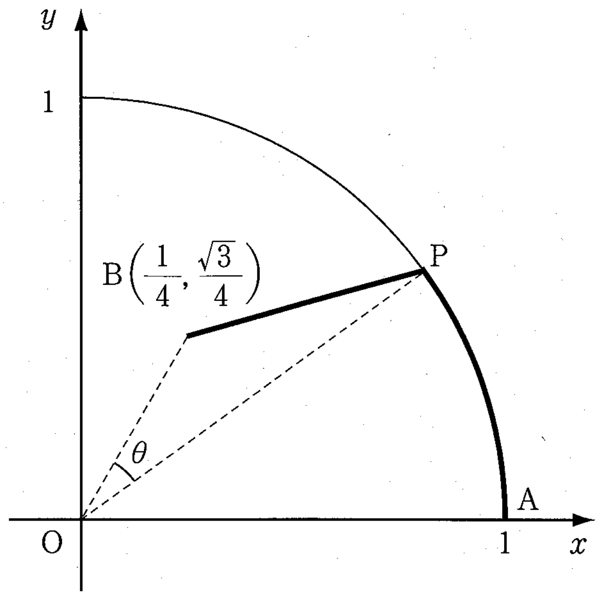
$$f'(\theta)=-1+\frac{1}{k}\times\boxed{（ソ）}$$

となる。

（3） $f(\theta)$ が $\theta=\frac{\pi}{3}$ のとき最小となるためには，$k\geqq\boxed{（タ）}$ となることが必要十分である。

（4） $\angle \mathrm{BPO}=\alpha$ とおくとき，$\sin\alpha$ を θ の式で表すと，$\sin\alpha=\boxed{（チ）}$ となる。

また，$0<k<\boxed{（タ）}$ とするとき，$f(\theta)$ が最小となるように θ を選ぶと，α と k の間には，$\boxed{（ツ）}$ という関係式が成立する。



y
1
P
$B\left(\frac{1}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$
θ
A
O
1
x

A 4

（1） 不定積分を計算して

$$\int x^2 e^x dx = \left(\boxed{\text{（テ）}}\right) e^x + C \qquad (C\text{は積分定数})$$

を得る。

（2） 座標空間内で，各時刻 t において 2 つの動点 $(t, te^t, 0)$ と $(0, te^t, 1)$ を結ぶ直線を考える。時刻 t が 0 から 2 まで進むとき，この直線群が作る曲面と xy 平面，yz 平面，平面 $y = 2e^2$ によって囲まれる立体を D とする。

平面 $z = a$ $(0 \leqq a \leqq 1)$ による D の断面積を $S(a)$ とするとき，

$$S(0) = \boxed{\text{（ト）}}, \qquad S(a) = S(0) \times \left(\boxed{\text{（ナ）}}\right)$$

である。よって，D の体積は $\displaystyle\int_0^1 S(a)\,da = \boxed{\text{（ニ）}}$ である。

次に，立体 D を y 軸のまわりに 1 回転させて得られる回転体 K の体積について考える。$y = f(x) = xe^x$ $(0 \leqq x \leqq 2)$ とおいて，f^{-1} を f の逆関数とする。このとき，回転体 K の体積 V は

$$V = \pi \int_0^{\boxed{\text{（ヌ）}}} dy + \pi \int_{\boxed{\text{（ヌ）}}}^{2e^2} \{f^{-1}(y)\}^2 dy$$

と表せる。ここで，$x = f^{-1}(y)$ であることに注意して置換積分法を適用した上で，（1）の不定積分などを用いて，$V = \boxed{\text{（ネ）}}$ を得る。

B 1

（1） $\cos 3\theta = f(\cos\theta)$ を満たす 3 次式 $f(x)$ と，$\cos 4\theta = g(\cos\theta)$ を満たす 4 次式 $g(x)$ を求めなさい。また，多項式 $h(x)$ で，

$$(x-1)h(x) = g(x) - f(x)$$

を満たすものを求めなさい。解答欄には答だけを書くこと。

（2） $h(x)$ を（1）で求めた多項式とする。$0 \leqq \theta \leqq \pi$ とするとき，$h(\cos\theta) = 0$ であるためには，$\theta = \frac{2\pi}{7}$ または $\frac{4\pi}{7}$ または $\frac{6\pi}{7}$ であることが必要十分であることを証明しなさい。

（3） $\cos\frac{2\pi}{7} + \cos\frac{4\pi}{7} + \cos\frac{6\pi}{7}$ の値を求めなさい。値だけでなく，なぜそうなるのかも書くこと。