[Ⅰ]

以下の文章の空欄に適切な数または式を入れて文章を完成させなさい。

（1） 関数

$$y = 2\cos^2\theta - \sqrt{3}\cos\theta\sin\theta - \sin^2\theta \quad (0 \leqq \theta \leqq \pi)$$

は$\theta =$ $\boxed{\text{（あ）}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{（い）}}$ をとる。

（2） 赤玉1個，白玉2個，黒玉3個が入った袋が1つある。はじめにK君がこの袋から同時に2個の玉を取り出す。次に，K君が取り出した玉をもとに戻さずに，O君が袋から同時に2個の玉を取り出す。この試行において

「K君が取り出した2個の玉が同じ色である」という事象をA,

「O君が取り出した2個の玉が同じ色である」という事象をB

とする。このとき，AとBの積事象$A \cap B$の確率は $\boxed{\text{（う）}}$ であり，和事象$A \cup B$の確率は $\boxed{\text{（え）}}$ である。

（3） 座標空間に3点A(1, 0, 0), B(0, 2, 0), C(0, 0, −3)を考えるとき，三角形ABCの面積は $\boxed{\text{（お）}}$ である。また，3点A, B, Cからの距離が等しい点P(x, y, z)はすべて同一直線上にある。この直線に平行な単位ベクトル$\vec{p}$で，正のx成分をもつものを求めると $\vec{p} = \left(\boxed{\text{（か）}}, \boxed{\text{（き）}}, \boxed{\text{（く）}} \right)$ となる。

［Ⅱ］

以下の文章の空欄に，文字 n を含まない適切な数を入れて文章を完成させなさい。

四角形 ABCD の頂点上に置かれた点 P に対する次の操作 T を考える。

操作 T

（T1） 点 P が頂点 A 上に置かれているときは，確率 $\dfrac{1}{3}$ でそのままにしておき，確率 $\dfrac{2}{3}$ で頂点 B 上に移す。

（T2） 点 P が頂点 B 上に置かれているときは，確率 $\dfrac{1}{3}$ ずつで，他の 3 つの頂点のいずれかの上に移す。

（T3） 点 P が頂点 C または D 上に置かれているときは，そのままにしておく。

以下，n を自然数とし，点 P を頂点 B 上に置いて，操作 T を繰り返し行う。操作 T を n 回繰り返し終えたとき，点 P が頂点 A 上に置かれている確率を p_n，頂点 C 上に置かれている確率を q_n とする。

（1） $n \geqq 3$ のとき，p_n を p_{n-1}，p_{n-2} で表すと $p_n = \boxed{\text{（あ）}}\,p_{n-1} + \boxed{\text{（い）}}\,p_{n-2}$ である。

（2） $n \geqq 3$ のとき，$p_n - \boxed{\text{（う）}}\,p_{n-1} = \boxed{\text{（え）}}\left(p_{n-1} - \boxed{\text{（う）}}\,p_{n-2}\right)$ である。
ただし，$\boxed{\text{（う）}} > 0$，$\boxed{\text{（え）}} < 0$ である。

（3） $n \geqq 2$ のとき，$p_n - \boxed{\text{（う）}}\,p_{n-1}$ を n の式で表すと

$$p_n - \boxed{\text{（う）}}\,p_{n-1} = \boxed{\text{（お）}}\left(\boxed{\text{（か）}}\right)^n$$

である。

（4） p_n を n の式で表すと

$$p_n = \boxed{\text{（き）}}\left(\boxed{\text{（く）}}\right)^n + \boxed{\text{（け）}}\left(\boxed{\text{（こ）}}\right)^n$$

である。ただし，$\boxed{\text{（く）}} > 0$，$\boxed{\text{（こ）}} < 0$ である。

（5） q_n を n の式で表すと

$$q_n = \boxed{\text{（さ）}} + \boxed{\text{（し）}}\left(\boxed{\text{（す）}}\right)^n + \boxed{\text{（せ）}}\left(\boxed{\text{（そ）}}\right)^n$$

である。ただし，$\boxed{\text{（す）}} > 0$，$\boxed{\text{（そ）}} < 0$ である。

［Ⅲ］

以下の文章の空欄に適切な数または式を入れて文章を完成させなさい。また設問（5）に答えなさい。

座標平面の原点をOとする。

（1） Oを焦点とし，直線 $y=-1$ を準線とする放物線の方程式は $y=\boxed{\text{（あ）}}$ である。

（2） 点Pが放物線 $y=\boxed{\text{（あ）}}$ 上を動くとき

$$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\frac{1}{|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|^2}\overrightarrow{\mathrm{OP}}$$

により定まる点Qが描く曲線 C 上の点の x 座標，y 座標のとりうる値の範囲はそれぞれ

$$-\boxed{\text{（い）}}\leqq x\leqq\boxed{\text{（い）}},\quad \boxed{\text{（う）}}\leqq y\leqq\boxed{\text{（え）}}$$

である。

（3） 曲線 C の $y\leqq 0$ の部分の長さは $\boxed{\text{（お）}}$ である。

（4） 正の実数 a に対して，直線 $y=ax$ は曲線 C と2つの共有点をもつ。その2つの共有点を結ぶ線分の中点 M_a の座標を a を用いて表すと $\left(\boxed{\text{（か）}},\ \boxed{\text{（き）}}\right)$ である。

（5） a が正の実数全体を動くとき，

$$\overrightarrow{\mathrm{ON}_a}=\frac{1}{|\overrightarrow{\mathrm{OM}_a}|^2}\overrightarrow{\mathrm{OM}_a}$$

により定まる点 N_a の軌跡を図示しなさい。

[Ⅳ]

以下の文章の空欄に適切な数または式を入れて文章を完成させなさい。ただし，空欄 $\boxed{\text{（あ）}}$ から $\boxed{\text{（か）}}$ には文字 s と t の式が入る。

座標平面の点 Q $(s,\ t)$（ただし，$s \neq 0$ かつ $|t| \neq 1$ とする）を中心として y 軸に接する円を C とし，y 軸上の点 A $(0,\ -1)$ および点 B $(0,\ 1)$ から C に引いた接線で，y 軸とは異なるものをそれぞれ L_{A}，L_{B} とする。

一般に三角形の 3 頂点から対辺またはその延長に下ろした 3 本の垂線は 1 点で交わり，その点を三角形の垂心という。また，点 P が正の x 座標をもつとき，点 P は右半平面にあるという。

（1） $s > 0$ かつ $|t| < 1$ のとき L_{A} の傾きは $\boxed{\text{（あ）}}$ であり，L_{B} の傾きは $\boxed{\text{（い）}}$ である。

（2） 点 Q $(s,\ t)$ が，右半平面にある点 P に対する三角形 APB の内心となるための条件は

$$s > 0 \text{ かつ } \boxed{\text{（う）}}$$

である。

（3） 三角形 AQB の垂心 H $(u,\ v)$ の座標を s と t の式で表すと，$u = \boxed{\text{（え）}}$，$v = \boxed{\text{（お）}}$ である。また，$s > 0$ かつ $|t| < 1$ のとき，点 R $(-u,\ -v)$ と直線 L_{A} との距離 d を，絶対値の記号および根号を用いずに，できるだけ簡単な式で表すと $d = \boxed{\text{（か）}}$ となる。

（4） 右半平面にある点 P が，2 点 A，B を焦点とし，長軸の長さ $2a$（ただし，$a > 1$ とする）の楕円上にあるとき，三角形 APB の内心 Q $(s,\ t)$ は方程式

$$\boxed{\text{（き）}}\,x^2 + \boxed{\text{（く）}}\,x + \boxed{\text{（け）}}\,y^2 + \boxed{\text{（こ）}}\,y = 1$$

で表される 2 次曲線上にある。