

〔 I 〕 以下の問の ア ～ ソ にあてはまる適切な数、式または成分表示を、解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

- (1) 座標空間に 4 点 $O(0, 0, 0)$, $A(3, -2, -1)$, $B(1, 1, 1)$, $C(-1, 4, 2)$ がある。
 \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{BC} のどちらにも垂直で長さが $3\sqrt{3}$ であるベクトルを成分で表すと、 ア である。

- (2) $(ax + b)^{20}$ の展開式において、 x^k ($0 \leq k \leq 20$) の係数を c_k とする。ただし、 a と b は $2b < a$ を満たす自然数であり、 a^2 と b^2 の差は 225 である。このとき、

(i) a の値は イ , b の値は ウ である。

(ii) $2c_k = c_{k-1}$ であるとき、 k の値は エ である。

- (3) $a_4 = 102$, $a_8 = 218$ である等差数列 $\{a_n\}$ がある。このとき、

(i) 初項の値は オ , 公差の値は カ である。

(ii) $\sum_{n=5}^{15} a_n$ の値は キ である。

- (4) 関数

$$y = -(\log_3 x)^3 + 6(\log_3 x)^2 - \log_3 x^9 + 3$$

がある。 $\frac{1}{3} \leq x \leq 27$ のとき、

(i) $\log_3 x = t$ とおくと、 t の値の範囲は ク である。

(ii) 関数 y の最大値は ケ , 最小値は コ である。

- (5) xy 平面上に, x の 2 次関数

$$y = -x^2 + ax + 2a - 3$$

のグラフがある。このグラフが $0 \leq x \leq 2$ において x 軸と少なくとも 1 つの共有点を持つとき, a の値の範囲は サ である。

- (6) 1 辺の長さが 3 である正四面体 ABCD がある。点 E は, 辺 BC を 2 : 1 に内分する点とする。このとき,

(i) 三角形 AED の面積の値は シ である。

(ii) 三角形 AED の内接円の半径の長さは ス である。

- (7) x の関数 $f(x)$ が, 等式

$$f(x) = 4x + \int_0^1 (t + x)f(t)dt$$

を満たすとき, $f(x)$ の定数項の値は セ である。

- (8) 正方形 ABCD の頂点 B と辺 CD 上の点 E を線分で結んだとき, $\angle EBC = 18^\circ$, $BE = 1$ である。この正方形 ABCD の面積の値は ソ である。

《〔Ⅱ〕〔Ⅲ〕は, 13 ページ以降にあります》

〔Ⅱ〕以下の問の ～ にあてはまる適切な数を，解答用紙の所定の欄に分数で記入しなさい。

1000 人の集団があり，そのうち 5 人がウイルスに感染している。

この集団に対して検査方法 A を用いて，ウイルスに「感染している」か，「感染していない」かを判定する。検査方法 A では，ウイルスに感染していない人に対して「感染している」と判定をする確率が $\frac{3}{1000}$ であり，ウイルスに感染している人に対して「感染していない」と判定をする確率が $\frac{1}{1000}$ である。

- (1) ウイルス感染している人が，検査方法 A でウイルスに「感染している」と判定される確率は である。
- (2) この 1000 人の集団から 1 人を検査方法 A で調べたとき，ウイルスに「感染している」と判定される確率は である。
- (3) この 1000 人の集団から 1 人を検査方法 A で調べたとき，ウイルスに「感染している」と判定された。この人が実際には感染していない確率は である。

〔Ⅲ〕以下の間の ～ にあてはまる適切な数または式を，解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

x の関数

$$\begin{cases} f(x) = ax^2 - bx \\ g(x) = -\frac{1}{a}x^2 + \frac{1}{b}x \end{cases} \quad (a, b \text{ は正数})$$

がある。 a, b は $f(x)$ と $g(x)$ の極値の差が最小となり，かつ $f(x)$ の $x = -1$ から $x = 1$ までの平均変化率が $g(x)$ の $x = 5$ における微分係数と等しくなるように定める。

(1) $f(x)$ と $g(x)$ の極値の差の最小値は であり，このとき a を b の式で表すと $a =$ である。

(2) b の値は である。

(3) xy 平面上に 2 つのグラフ $y = f(x)$ と $y = g(x)$ をおき，原点 $O(0, 0)$ と 2 点 $P(t, f(t))$ ， $Q(4t, g(4t))$ を結んでできる三角形 OPQ の面積を $S(t)$ とする。ただし， $0 < t < \frac{1}{2}$ とする。 $S(t)$ を t の式で表すと，

$$S(t) = \text{ }$$

であり， t の値が のとき， $S(t)$ は最大値 をとる。