数学－I

0から5までの番号のついた箱0, 箱1,. . . , 箱5がある．箱1と箱2には玉が1つずつ入っているが，他の箱には玉は入っていない．いま，1から6の目のついた2個のサイコロを振り，出た目の差の絶対値と同じ番号のついた箱の中身を確認し，玉が入っていた場合にはその玉を取り出す操作について考える．

(1) この操作を1回行うとき，箱2の玉が取り出される確率は $\dfrac{\boxed{(1)}\boxed{(2)}}{\boxed{(3)}\boxed{(4)}}$ である．

(2) この操作を2回繰り返すとき，箱1の玉と箱2の玉の少なくとも1つが取り出される確率は $\dfrac{\boxed{(5)}\boxed{(6)}}{\boxed{(7)}\boxed{(8)}}$ である．

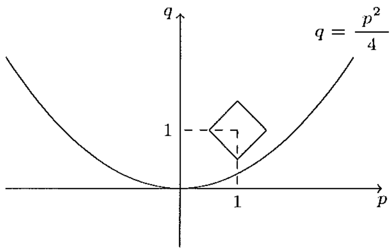
(3) 箱1と箱2の玉が両方とも取り出されるまで操作を繰り返すとき，その操作が3回で終わる確率は $\dfrac{\boxed{(9)}\boxed{(10)}\boxed{(11)}}{\boxed{(12)}\boxed{(13)}\boxed{(14)}}$ である．

数学－II

(1)　実数 p, q が $q \leqq \dfrac{p^2}{4}$ をみたすとき，p, q に関する式

$$|p-1|+|q-1|$$

は，$p=\boxed{\text{(15)}}\boxed{\text{(16)}}$，$q=\dfrac{\boxed{\text{(17)}}\boxed{\text{(18)}}}{\boxed{\text{(19)}}\boxed{\text{(20)}}}$ のときに最小値 $\dfrac{\boxed{\text{(21)}}\boxed{\text{(22)}}}{\boxed{\text{(23)}}\boxed{\text{(24)}}}$ をとる．



(2)　$a>\dfrac{1}{4}$ となる定数に対して，実数 x, y に関する式

$$|2x+y-1|+|2xy-a|$$

の最小値 m を考えると

(i)　$\dfrac{1}{4}<a<\dfrac{\boxed{\text{(25)}}}{\boxed{\text{(26)}}}$ の場合

$x=\dfrac{\boxed{\text{(27)}}}{\boxed{\text{(28)}}}$，$y=\dfrac{\boxed{\text{(29)}}}{\boxed{\text{(30)}}}$ のときに $m=\boxed{\text{(31)}}\boxed{\text{(32)}}\,a+\dfrac{\boxed{\text{(33)}}\boxed{\text{(34)}}}{\boxed{\text{(35)}}\boxed{\text{(36)}}}$

(ii)　$a=\dfrac{\boxed{\text{(25)}}}{\boxed{\text{(26)}}}$ の場合

$x=\dfrac{\boxed{\text{(27)}}}{\boxed{\text{(28)}}}$，$y=\dfrac{\boxed{\text{(29)}}}{\boxed{\text{(30)}}}$ または $x=\dfrac{\boxed{\text{(37)}}}{\boxed{\text{(38)}}}$，$y=\dfrac{\boxed{\text{(39)}}}{\boxed{\text{(40)}}}$ のときに $m=\boxed{\text{(41)}}\boxed{\text{(42)}}$

(iii)　$a>\dfrac{\boxed{\text{(25)}}}{\boxed{\text{(26)}}}$ の場合

$x=\dfrac{\boxed{\text{(43)}}\boxed{\text{(44)}}}{\boxed{\text{(45)}}\boxed{\text{(46)}}}\sqrt{a}$，$y=\boxed{\text{(47)}}\boxed{\text{(48)}}\sqrt{a}$ のときに $m=\boxed{\text{(49)}}\boxed{\text{(50)}}\sqrt{a}+\boxed{\text{(51)}}\boxed{\text{(52)}}$

となる．

環

数学－Ⅲ

実数 x に対して，$[\,x\,]$ は x 以下の最大の整数とする．数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ を

$$a_1 = 1, \qquad a_{n+1} = a_n + \left[\sqrt{n+1}\right] \qquad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$b_1 = 1, \qquad b_{n+1} = b_n + (-1)^n \left[\sqrt{n+1}\right] \qquad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定義すると

(1) $a_{10} = \boxed{(53)}\boxed{(54)}$，$b_{10} = \boxed{(55)}\boxed{(56)}$ である．

(2) $a_n \geqq 100$ となるのは $n \geqq \boxed{(57)}\boxed{(58)}$ のときである．

(3) $b_n = 5$ となる最初の項は $n = \boxed{(59)}\boxed{(60)}$ のときである．

(4) 一般に，$m = \left[\sqrt{n}\,\right]$ とすると

$$a_n = \frac{\boxed{(61)}\boxed{(62)}\, m\, n + \boxed{(63)}\boxed{(64)}\, m^{\boxed{(65)}} + \boxed{(66)}\boxed{(67)}\, m^2 + \boxed{(68)}\boxed{(69)}\, m}{\boxed{(70)}\boxed{(71)}}$$

となる．

数学－Ⅳ

われわれはふだん 10 進法で数をあらわしているが，コンピュータでは 2 進法や 8 進法や 16 進法などもよく用いる．一般に，n 進法では n 個の数字を使って数をあらわす．n が 10 以下の場合には，アラビア数字を用いれば良いが，10 を超える場合には，英語のアルファベットを用いることが多い．たとえば，16 進法では，

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{C}, \mathrm{D}, \mathrm{E}, \mathrm{F}$$

の 16 個の記号を用い，A, B, C, D, E, F は 10 進法の 10, 11, 12, 13, 14, 15 にそれぞれ対応する．16 進法では桁ごとに 16 倍ずつ大きくなるため，たとえば 7E2 は，$7 \times 16^2 + 14 \times 16 + 2$ を計算することで，10 進法の 2018 をあらわしていることがわかる．

以下では，n 進法で数をあらわしていることを明記するために，n が 10 以外の場合，$7\mathrm{E}2_{(16)}$ のように (n) を添え字として書くことにする．

(1) 10 進法の 2018 を 18 進法であらわすと $\boxed{(72)}\boxed{(73)}\boxed{(74)}_{(18)}$ である．

(2) 10 進法の 1000 を n 進法であらわすと $516_{(n)}$ となったとき，$n = \boxed{(75)}\boxed{(76)}$ である．

(3) 8 進法で係数をあらわした 2 次方程式 $x^2 - 22_{(8)}x + 120_{(8)} = 0$ の解は，8 進法で $\boxed{(77)}\boxed{(78)}_{(8)}$ と $\boxed{(79)}\boxed{(80)}_{(8)}$ である (ただし $\boxed{(77)}\boxed{(78)}_{(8)} \leqq \boxed{(79)}\boxed{(80)}_{(8)}$ とする)．

(4) m 進法で係数をあらわした 2 次方程式 $x^2 - 23_{(m)}x + 114_{(m)} = 0$ の解の 1 つが m 進法で $5_{(m)}$ であったとき，$m = \boxed{(81)}\boxed{(82)}$ であり，この 2 次方程式のもう 1 つの解は m 進法で $\boxed{(83)}\boxed{(84)}_{(m)}$ である．

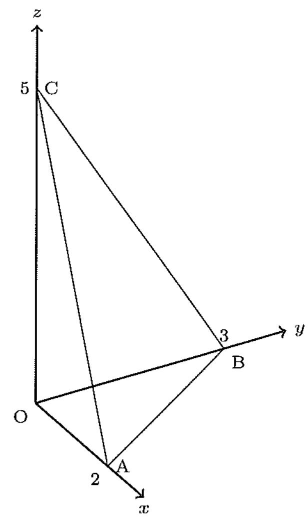
数学－V

(1)　3つの直線 $x-y=1$, $3x-y=1$, $x+y=4\sqrt{2}-1$ で囲まれてできる三角形の内接円の半径は $\boxed{(85)}\boxed{(86)}+\boxed{(87)}\boxed{(88)}\sqrt{\boxed{(89)}\boxed{(90)}}$ であり，中心は

$$\left(\sqrt{\boxed{(91)}\boxed{(92)}}+\boxed{(93)}\boxed{(94)}\sqrt{\boxed{(95)}\boxed{(96)}},\ \boxed{(97)}\boxed{(98)}+\boxed{(99)}\boxed{(100)}\sqrt{\boxed{(101)}\boxed{(102)}}\right)$$

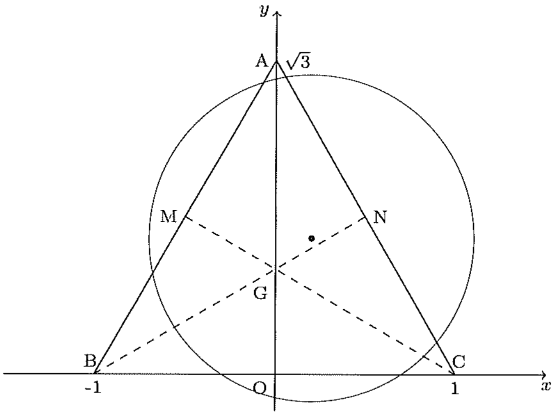
である．

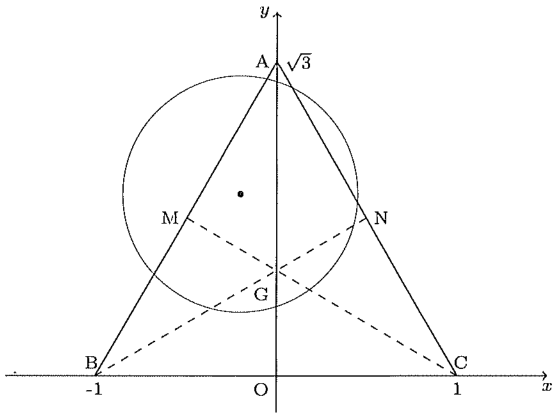
(2)　xyz 空間において，原点 O と A$(2,0,0)$, B$(0,3,0)$, C$(0,0,5)$ を結んでできる四面体の体積は $\boxed{(103)}\boxed{(104)}$ であり，表面積は $\boxed{(105)}\boxed{(106)}$ である．また，この四面体の4つの面に接する球の半径は $\dfrac{\boxed{(107)}\boxed{(108)}}{\boxed{(109)}\boxed{(110)}}$ である．



数学 - VI

xy 平面において，$\mathrm{A}(0, \sqrt{3})$, $\mathrm{B}(-1, 0)$, $\mathrm{C}(1, 0)$ を頂点とする正三角形が与えられている．正三角形 ABC の各辺と 2 点で交わる円を考える．ただし，各辺上の 2 つの交点は頂点以外の 2 点とする．正三角形 ABC の辺および内部において，そのような円の中心が存在しうる領域を R, 存在しえない領域を S とする．





正三角形 ABC の重心を G，辺 AB の中点を M，辺 CA の中点を N とすると，領域 S のうち，四角形 AMGN に含まれる部分の領域は

$$\begin{cases} y \geqq \dfrac{\sqrt{\boxed{(111)}\boxed{(112)}}}{\boxed{(113)}\boxed{(114)}}\left(x^{\boxed{(115)}}+\boxed{(116)}\boxed{(117)}\right) \\ y \leqq \sqrt{\boxed{(118)}\boxed{(119)}}\left(x+\boxed{(120)}\boxed{(121)}\right) \\ y \leqq -\sqrt{\boxed{(122)}\boxed{(123)}}\left(x+\boxed{(124)}\boxed{(125)}\right) \end{cases}$$

とあらわされ，その面積は $\boxed{(126)}\boxed{(127)}+\boxed{(128)}\boxed{(129)}\sqrt{\boxed{(130)}\boxed{(131)}}$ である．したがって，領域 S の面積はその $\boxed{(132)}\boxed{(133)}$ 倍である．