I　以下の $\boxed{}$ に最もふさわしい数または式などを解答欄に記入しなさい。

（1）　$8^{-\log_2 5} = \boxed{(ア)}$

（2）　6 で割ると 4 余り，11 で割ると 5 余る 3 桁の自然数は $\boxed{(イ)}$ 個ある。

（3）　$\cos 2\theta - 2\sin\theta$ $(0 \leqq \theta < 2\pi)$ は $\theta = \boxed{(ウ)}$ のとき最小値 $\boxed{(エ)}$ をとる。

（4）　数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n = 2a_n + 3n$ をみたすとき，この数列の一般項は $a_n = \boxed{(オ)}$ である。

（5）　8 個の自然数 1, 2, …, 8 の順列 a_1, a_2, …, a_8 について考える。

（i）　$a_1 < a_2 < a_3$ かつ $a_3 > a_4 > \cdots > a_8$ をみたす順列の総数は $\boxed{(カ)}$ である。

（ii）　$a_1 < a_2 < a_3 < a_4$ かつ $a_5 > a_6 > a_7 > a_8$ をみたす順列の総数は $\boxed{(キ)}$ である。

（iii）　1 以上 8 以下の自然数 k に対し，a_1 から a_k までは小さい順に，a_k から a_8 までは大きい順に並んでいるような順列の総数を S_k とするとき，$\displaystyle\sum_{k=1}^{8} S_k$ は $\boxed{(ク)}$ である。

II　以下の $\boxed{}$ に最もふさわしい数を解答欄に記入しなさい。

（1）　2次方程式 $x^2-5x+14=0$ の2つの解を α, β とするとき，$\alpha^3+\beta^3=$ $\boxed{\text{（ケ）}}$ である。

（2）　a を定数とする。2つの2次方程式

$$2x^2-ax-(2a+2)=0$$

$$x^2-(a+2)x+(a+7)=0$$

の共通解が1つだけあるとき，その共通解は $\boxed{\text{（コ）}}$ であり，$a=$ $\boxed{\text{（サ）}}$ である。

（3）　関数 $y=x^3-2x^2+x$ $(a \leqq x \leqq a+1)$ の最大値について考える。

（i）　$a=\dfrac{1}{2}$ のとき，$x=$ $\boxed{\text{（シ）}}$ において最大値 $\boxed{\text{（ス）}}$ をとる。

（ii）　$x=a+1$ において最大値をとるための必要十分条件は $a \leqq$ $\boxed{\text{（セ）}}$ または $\boxed{\text{（ソ）}}$ $\leqq a$ である。

（4）　a, b, c を実数とし，関数 $f(x)$ を

$$f(x)=x^3+ax^2+bx+c$$

とする。3次方程式 $f(x)=0$ の解の1つが $-1-i$ で，関数 $f(x)$ が $x=-\dfrac{2}{3}$ で極大となるとき，$a=$ $\boxed{\text{（タ）}}$ である。

（5）　三角形ABCは $\mathrm{AC}=\sqrt{5}$, $\mathrm{BC}=2\sqrt{5}$, $\angle\mathrm{C}=90^\circ$ の直角三角形である。辺BC上の点Dを $\mathrm{CD}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ となるようにとり，Bから直線ADに下ろした垂線をBHとする。このとき，$\angle\mathrm{BAH}=\alpha$ とすると，$\cos\alpha=$ $\boxed{\text{（チ）}}$ であり，$\mathrm{AH}=$ $\boxed{\text{（ツ）}}$ となる。

Ⅲ　以下の $\boxed{}$ に最もふさわしい数を解答欄に記入しなさい。

$AB = 2$，$AC = 3$，$\angle BAC = 60^\circ$ となる三角形 ABC において，D を直線 AB 上の点とし，辺 AC を $2:1$ に内分する点を E，線分 DE を $3:1$ に内分する点を P とする。

（1）　$\overrightarrow{AP}$ を $\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{AE}$ で表すと，$\overrightarrow{AP} = \boxed{\text{(テ)}}\ \overrightarrow{AD} + \boxed{\text{(ト)}}\ \overrightarrow{AE}$ である。

（2）　D が線分 AB の中点であるとき，$\overrightarrow{AP} = \boxed{\text{(ナ)}}\ \overrightarrow{AB} + \boxed{\text{(ニ)}}\ \overrightarrow{AC}$ であり，$|\overrightarrow{AP}| = \boxed{\text{(ヌ)}}$ である。

（3）　直線 AP と直線 BC の交点を H とする。$AH \perp BC$ のとき，

$AB : AD = 1 : \boxed{\text{(ネ)}}$ となる。このとき，$\overrightarrow{AH} = \boxed{\text{(ノ)}}\ \overrightarrow{AP}$ であり，

$BH : HC = 1 : \boxed{\text{(ハ)}}$ となる。

Ⅳ 以下の $\boxed{}$ に最もふさわしい数を解答欄に記入しなさい。

1辺の長さが1の正八角形の8つの頂点の1つを点Aとする。以下のように，点BとCを選ぶ。

- 点Bは点Aとそれに隣接する頂点を除く5つの頂点からそれぞれ確率 $\frac{1}{5}$ で選ぶ。
- 点Cは点Aと点Bに選んだ頂点以外の頂点からそれぞれ $\frac{1}{6}$ の確率で選ぶ。

（1） XをAでもAに隣接する頂点でもない頂点の一つとする。Xが点B, Cのいずれかに選ばれる確率は $\boxed{（ヒ）}$ である。

（2） 点B, Cの選び方により，三角形ABCはいろいろな形になる。取りうる三角形で異なる形の個数は $\boxed{（フ）}$ 個である。ただし，合同な三角形は同じ形とする。

（3） 三角形ABCの2つの辺の長さが1である確率は $\boxed{（ヘ）}$ である。

（4） 三角形ABCがAB＝ACの二等辺三角形である確率は $\boxed{（ホ）}$ である。

（5） 三角形ABCが直角二等辺三角形である確率は $\boxed{（マ）}$ である。また，三角形ABCが直角三角形である確率は $\boxed{（ミ）}$ である。

V　放物線 $y=x^2-2x$ について，以下の問いに答えなさい。

（1）　a を正の実数とする。点 $(0,\ -a)$ を通り，この放物線に接する 2 本の接線の方程式を求めなさい。

（2）　放物線と（1）で求めた 2 本の接線で囲まれる領域 D_1 を図示し，その面積 S_1 を求めなさい。

（3）　放物線と（1）で求めた 2 本の接線との接点を A，B とする。A，B を通る直線 ℓ の方程式を求めなさい。

（4）　放物線と（3）で求めた ℓ で囲まれる領域 D_2 の面積を S_2 とするとき，（2）で求めた面積 S_1 と S_2 の比 $S_1:S_2$ を求めなさい。