総

注 意 事 項 2

問題冊子に数字の入った $\boxed{}$ があります．それらの数字は解答用紙の解答欄の番号を表しています．対応する番号の解答欄の 0 から 9 までの数字または －(マイナスの符号) をマークしてください．

$\boxed{}$ が 2 個以上つながったとき，数は右詰めで入れ，左の余った空欄には 0 を入れてください．負の数の場合には，マイナスの符号を先頭の $\boxed{}$ に入れてください．

(例) $12 \longrightarrow \boxed{0}\boxed{1}\boxed{2}$

$-3 \longrightarrow \boxed{-}\boxed{0}\boxed{3}$

分数は約分した形で解答してください．マイナスの符号は分母には使えません．

(例) $\dfrac{4}{8} \longrightarrow \dfrac{1}{2} \longrightarrow \dfrac{\boxed{0}\boxed{1}}{\boxed{0}\boxed{2}}$

$-\dfrac{6}{9} \longrightarrow -\dfrac{2}{3} \longrightarrow \dfrac{\boxed{-}\boxed{2}}{\boxed{0}\boxed{3}}$

ルート記号の中は平方因子を含まない形で解答してください．

(例) $\sqrt{50} \longrightarrow \boxed{0}\boxed{5}\sqrt{\boxed{0}\boxed{2}}$

$-\sqrt{24} \longrightarrow \boxed{-}\boxed{2}\sqrt{\boxed{0}\boxed{6}}$

$\sqrt{13} \longrightarrow \boxed{0}\boxed{1}\sqrt{\boxed{1}\boxed{3}}$

数式については，つぎの例のようにしてください．分数式は約分した形で解答してください．

(例) $-a^2-5 \longrightarrow \boxed{-}\boxed{1}\,a^2+\boxed{0}\boxed{0}\,a+\boxed{-}\boxed{5}$

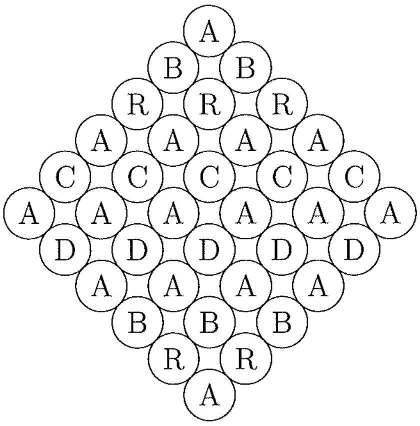
$\dfrac{4a}{2a-2} \longrightarrow \dfrac{-2a}{1-a} \longrightarrow \dfrac{\boxed{0}\boxed{0}+\boxed{-}\boxed{2}\,a}{1-\boxed{0}\boxed{1}\,a}$

選択肢の番号を選ぶ問題では，同じ選択肢を何回選んでもかまいません．

数学－Ⅰ

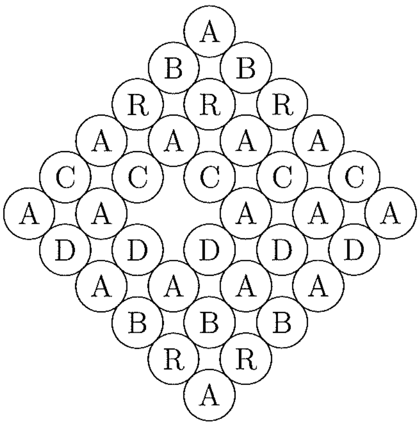
「アブラカダブラ (ABRACADABRA)」という語は，「ごたごたしてわけのわからない言葉」というような意味である．かつては魔法の言葉として人々に信じられてきた時代もあったという．

(1) いま，アルファベットの書かれたおはじきが下図のように置かれている．



隣り合ったおはじきの文字をつなげることで，「アブラカダブラ (ABRACADABRA)」は $\boxed{(1)}\boxed{(2)}\boxed{(3)}$ 通りの方法で読むことができる．

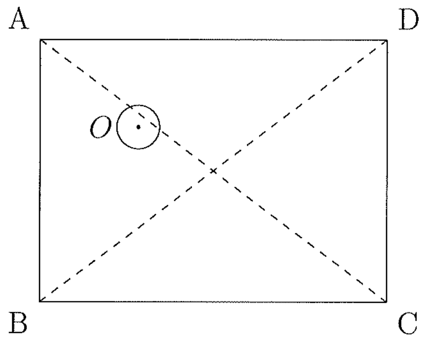
(2) もし，下図のようにAのおはじき1個が取り除かれたとき



「アブラカダブラ (ABRACADABRA)」は $\boxed{(4)}\boxed{(5)}\boxed{(6)}$ 通りの方法で読むことができる．

数学－Ⅱ

辺 AB と CD の長さが 12，辺 BC と DA の長さが 16 の長方形 ABCD の内部に，半径 1 の円 O が完全に含まれている．



(1) 円 O の中心の存在しうる領域の面積は $\boxed{(7)}\boxed{(8)}\boxed{(9)}$ である．

(2) 円 O が長方形 ABCD の対角線 AC と少なくとも 1 つの共有点をもつとき，円 O の中心の存在しうる領域の面積は $\boxed{(10)}\boxed{(11)}\boxed{(12)}$ である．

(3) 円 O が長方形 ABCD の対角線 AC あるいは BD と少なくとも 1 つの共有点をもつとき，円 O の中心の存在しうる領域の面積は $\dfrac{\boxed{(13)}\boxed{(14)}\boxed{(15)}}{\boxed{(16)}\boxed{(17)}\boxed{(18)}}$ である．

総

数学－Ⅲ

以下の 3 種類のコインを使って，景気の動向が企業の将来の利益に与える影響を考える．

- コイン A: 表の出る確率が $\dfrac{1}{2}$，裏の出る確率が $\dfrac{1}{2}$ のコイン
- コイン B: 表の出る確率が $\dfrac{5}{8}$，裏の出る確率が $\dfrac{3}{8}$ のコイン
- コイン C: 表の出る確率が $\dfrac{1}{4}$，裏の出る確率が $\dfrac{3}{4}$ のコイン

コイン A は，表が出れば景気が良い状態をあらわし，裏が出れば景気が悪い状態をあらわす．コイン B とコイン C はそれぞれ，景気が良い状態および悪い状態のときの企業の利益に対応し，表が出れば企業の 1 年間の利益が 1 億円出ることをあらわし，裏が出れば利益が出ないことをあらわす．

(1) 来年の景気は良くなるが再来年の景気は悪くなるというシナリオ 1 を考える．来年の利益を X_1 億円，再来年の利益を X_2 億円とするとき，X_1 と X_2 の動きは，コイン B を 1 回投げ，続いてコイン C を 1 回投げることによってあらわすことができる．来年と再来年の利益の和 $S_1 = X_1 + X_2$ の期待値 m_1 は $\dfrac{\boxed{(19)}\boxed{(20)}}{\boxed{(21)}\boxed{(22)}}$ となる．

(2) S_1 が期待値 m_1 から離れる度合いである S_1 の分散は，$Z_1 = (S_1 - m_1)^2$ の期待値によってあらわすことができる．Z_1 の期待値は $\dfrac{\boxed{(23)}\boxed{(24)}}{\boxed{(25)}\boxed{(26)}}$ である．

(3) 来年と再来年の 2 年間の景気は，良くなり続けるか悪くなり続けるかのどちらかであるが，そのどちらかは分からないというシナリオ 2 を考える．2 年間の利益の動きは，まずコイン A を投げ来年と再来年の景気がどうなるかを決め，その結果が表ならばコイン B を 2 回，裏ならばコイン C を 2 回投げることによってあらわすことができる．このシナリオにおける来年の利益を Y_1 億円，再来年の利益を Y_2 億円とするとき，このシナリオ 2 における来年と再来年の利益の和 $S_2 = Y_1 + Y_2$ の期待値 m_2 は，シナリオ 1 の期待値 m_1 と等しい．S_2 の分散は，$Z_2 = (S_2 - m_2)^2$ の期待値であり，その値は $\dfrac{\boxed{(27)}\boxed{(28)}}{\boxed{(29)}\boxed{(30)}}$ である．

総

数学－Ⅳ

(1)　a, b を実数としたとき，3 次方程式 $x^3 - 5x^2 + ax + 3 = 0$ と 2 次方程式 $x^2 - x + b = 0$ が 2 つの共通解を持つのは，$a = \dfrac{\boxed{(31)}\boxed{(32)}}{\boxed{(33)}\boxed{(34)}}$, $b = \dfrac{\boxed{(35)}\boxed{(36)}}{\boxed{(37)}\boxed{(38)}}$ のときである．

(2)　a を正の整数とする．3 次方程式 $3x^3 - (a+1)x^2 - 4x + a = 0$ が，整数ではない有理数を解として持つのは $a = \boxed{(39)}\boxed{(40)}$ のときで，そのときの整数ではない有理数解は $\dfrac{\boxed{(41)}\boxed{(42)}}{\boxed{(43)}\boxed{(44)}}$ である．

数学－V

n 桁 $(n = 1, 2, 3, \ldots)$ の自然数のうち，各々の位の数字が1または素数となっている数は $\boxed{(45)}^{\,n}$ 個あるが，このうち，3で割り切れる数の個数を a_n，3で割ると1余る数の個数を b_n，3で割ると2余る数の個数を c_n とすると

$$a_n + b_n + c_n = \boxed{(45)}^{\,n} \quad \cdots\cdots\cdots ①$$

である．a_{n+1} を a_n, b_n, c_n であらわすと

$$a_{n+1} = \boxed{(46)}\, a_n + \boxed{(47)}\, b_n + \boxed{(48)}\, c_n$$

となるので，①によって a_{n+1} と a_n の関係式は

$$a_{n+1} = \boxed{(49)}\boxed{(50)}\, a_n + \boxed{(51)}\boxed{(52)} \times \boxed{(53)}\boxed{(54)}^{\,n}$$

となる．初項 a_1 は1であるから，a_n の一般項は

$$a_n = \frac{\boxed{(55)}\boxed{(56)} \times \left(\boxed{(57)}\boxed{(58)}\right)^n + \boxed{(59)}\boxed{(60)}^{\,n}}{\boxed{(61)}\boxed{(62)}}$$

となる．

総

数学 - Ⅵ

n を正の偶数としたとき，n 人が参加して，以下の①〜④の手順で，グー (R)，チョキ (S)，パー (P) のジャンケンを使ったゲームをする．R は S に勝ち，S は P に勝ち，P は R に勝つ．同じ手だった場合には勝敗が決まらずあいことする．

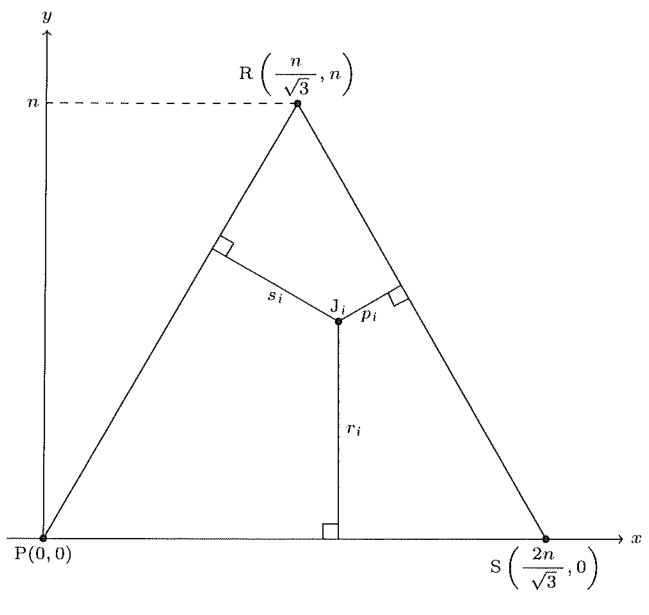
① 各プレイヤーは，最初に出す手を決める．

② ランダムに 2 人でペアをつくりジャンケンをする．

③ 勝つかあいこだったプレイヤーは，次回 (次のラウンド) も同じ手を出す．負けたプレイヤーは，次回は，今回の相手が出した手を出す．

④ 手順②と③を 1 ラウンドとして，これを繰り返す．ただし，各プレイヤーは，他のプレイヤーが出す手を事前には知らない．

第 i ラウンドのはじめ (②の時点) に，R, S, P の手をそれぞれ何人のプレイヤーが出そうとしているかを (r_i, s_i, p_i) であらわし，「第 i ラウンドの状態」と呼ぶことにする．いま，xy 平面に $\mathrm{P}(0,0)$, $\mathrm{S}\left(\dfrac{2n}{\sqrt{3}}, 0\right)$, $\mathrm{R}\left(\dfrac{n}{\sqrt{3}}, n\right)$ を頂点とする高さ n の正三角形 RSP を置く．第 i ラウンドの状態 (r_i, s_i, p_i) を，△RSP およびその内部の点 J_i であらわす．点 J_i は，頂点 R, S, P の対辺への垂線の長さがそれぞれ r_i, s_i, p_i となる点であり，ゲーム中にあらわれるすべての状態について，点 J_i は一意的に決まる．



(1) 第 i ラウンドの状態が (r_i, s_i, p_i) のとき，点 J_i の座標は

$$\left(\frac{\boxed{(63)}\boxed{(64)}\, r_i + \boxed{(65)}\boxed{(66)}\, s_i}{\sqrt{3}},\ \boxed{(67)}\boxed{(68)}\, r_i + \boxed{(69)}\boxed{(70)}\, s_i\right)$$

である．

(2) 第 1 ラウンドの状態が $(r_1, s_1, p_1) = (3, 2, 1)$ のとき，第 1 ラウンドでジャンケンをするペアが，R 対 R，S 対 S，P 対 R がそれぞれ 1 組ずつだったとき，第 2 ラウンドをあらわす点 J_2 の座標は $\left(\frac{\boxed{(71)}\boxed{(72)}}{\sqrt{3}},\ \boxed{(73)}\boxed{(74)}\right)$ である．

(3) 第 1 ラウンドの状態が $(r_1, s_1, p_1) = (3, 2, 1)$ のとき，第 1 ラウンドでジャンケンをするペアが，R 対 R，R 対 S，S 対 P がそれぞれ 1 組ずつだったとき，第 16 ラウンドをあらわす点 J_{16} として現れる確率が最も高い座標は $\left(\frac{\boxed{(75)}\boxed{(76)}}{\sqrt{3}},\ \boxed{(77)}\boxed{(78)}\right)$ である．

(4) 第 1 ラウンドの状態が $(r_1, s_1, p_1) = (3, 2, 1)$ のとき，第 32 ラウンドの状態において，R, S, P の人数の期待値 $\mathrm{E}(r_{32})$，$\mathrm{E}(s_{32})$，$\mathrm{E}(p_{32})$ の大小関係として正しい記述を選択肢から選びなさい．その番号は $\boxed{(79)}\boxed{(80)}$ である．

選択肢
(11) $\mathrm{E}(r_{32}) > \mathrm{E}(s_{32}) > \mathrm{E}(p_{32})$
(12) $\mathrm{E}(r_{32}) > \mathrm{E}(p_{32}) > \mathrm{E}(s_{32})$
(13) $\mathrm{E}(s_{32}) > \mathrm{E}(r_{32}) > \mathrm{E}(p_{32})$
(14) $\mathrm{E}(s_{32}) > \mathrm{E}(p_{32}) > \mathrm{E}(r_{32})$
(15) $\mathrm{E}(p_{32}) > \mathrm{E}(r_{32}) > \mathrm{E}(s_{32})$
(16) $\mathrm{E}(p_{32}) > \mathrm{E}(s_{32}) > \mathrm{E}(r_{32})$
(17) $\mathrm{E}(r_{32}) > \mathrm{E}(s_{32}) = \mathrm{E}(p_{32})$
(18) $\mathrm{E}(s_{32}) > \mathrm{E}(r_{32}) = \mathrm{E}(p_{32})$
(19) $\mathrm{E}(p_{32}) > \mathrm{E}(r_{32}) = \mathrm{E}(s_{32})$
(20) $\mathrm{E}(r_{32}) = \mathrm{E}(s_{32}) > \mathrm{E}(p_{32})$
(21) $\mathrm{E}(r_{32}) = \mathrm{E}(p_{32}) > \mathrm{E}(s_{32})$
(22) $\mathrm{E}(s_{32}) = \mathrm{E}(p_{32}) > \mathrm{E}(r_{32})$
(23) $\mathrm{E}(r_{32}) = \mathrm{E}(s_{32}) = \mathrm{E}(p_{32})$