〔I〕

(1) 整式 $P(x)$ は実数を係数にもつ x の3次式であり，x^3 の係数は1である。$P(x)$ を $x-7$ で割ると8余り，$x-9$ で割ると12余る。方程式 $P(x)=0$ は $a+bi$ を解に持つ。a, b は1桁の自然数であり，i は虚数単位とする。

ただし a, b の組み合わせは，$2a+b$ が連続する2つの整数の積の値と等しくなるもののうち，$a-b$ が最大となるものとする。このとき，

(i) 整式 $P(x)$ を $(x-7)(x-9)$ で割ると，余りは $\boxed{(1)}x-\boxed{(2)}$ である。

(ii) $a=\boxed{(3)}$，$b=\boxed{(4)}$ であり，方程式 $P(x)=0$ の実数解は $\boxed{(5)}$ である。

(2) xy 平面上に曲線 $C_1: y=-x^2-x+8$ がある。C_1 上の動点Aを点 $(1, 2)$ に関して対称移動した点Bの軌跡を C_2 とする。

C_1 と C_2 の2つの交点P，Qの x 座標をそれぞれ α, β $(\alpha<\beta)$ とし，また，C_1, C_2 と直線 $x=k$ との交点をそれぞれR, Sとする。ただし，k は $\alpha<k<\beta$ を満たす実数とする。このとき，

(i) C_2 の方程式は $y=x^2-\boxed{(6)}x+\boxed{(7)}$ である。

(ii) 三角形QRSの面積は $k=\dfrac{\boxed{(8)}}{\boxed{(9)}}$ で最大となる。

(3) xy 平面上に，原点Oを中心とする単位円 C と，y 軸の正の部分を始線として点Oを中心に回転する2つの動径 L_1, L_2 がある。円 C と L_1, L_2 との交点をそれぞれP，Qとする。動径 L_1, L_2 の表す角をそれぞれ θ_1, θ_2 とおき，$\theta_1=2\pi t$, $\theta_2=-\pi t$ とする。ただし t は，$t \geqq 0$ を満たす実数である。このとき，

(i) 点Pと点Qが一致する t のうち，$t=0$ を除く最小の t の値は $\dfrac{\boxed{(10)}}{\boxed{(11)}}$ である。

(ii) 点Pの y 座標と点Qの y 座標の和の最小値は $\dfrac{\boxed{(12)}\boxed{(13)}}{\boxed{(14)}}$ である。

(4) 直角三角形 AOB ($\angle AOB = 90°$) に内接する半径 r の円の中心を P とする。辺 AB と円の接点を Q とし，線分 AQ の長さを a，線分 BQ の長さを b とする。三角形 AOB に対して，自然数 l, m, n $(n < m < l)$ は，$l\overrightarrow{OP} + m\overrightarrow{AP} + n\overrightarrow{BP} = 0$ を満たす。このとき，

(i) 三角形 AOB の 3 辺の長さの合計は $\boxed{(15)}\,a + \boxed{(16)}\,b + \boxed{(17)}\,r$ である。

(ii) $l = 17$ のとき，$m = \boxed{(18)(19)}$，$n = \boxed{(20)}$ であり，$\dfrac{a}{b} = \dfrac{\boxed{(21)}}{\boxed{(22)(23)}}$ である。

《〔II〕以降は13ページ以降にあります 》

〔II〕

2つの関数 $f(x)=x^3-x^2-x+c$，$g(x)=4x+1$ がある。x は $0 \leqq x \leqq a$ を満たす。ただし，a は整数，c は実数とする。

xy 平面上の曲線 $y=f(x)$ 上の異なる2点 $(0,\ f(0))$，$(a,\ f(a))$ を結ぶ直線は，$x=\dfrac{a}{3}$ における $y=f(x)$ の接線と直交する。このとき，

(1) $a=\boxed{(24)}$ である。

(2) $c=0$ のとき，関数 $f(x)$ の最大値は $\boxed{(25)}$ である。

(3) 方程式 $f(x)=g(x)$ が2つの異なる実数解を持つような c の値の範囲は

$$\boxed{(26)} \leqq c < \frac{\boxed{(27)(28)(29)}}{\boxed{(30)(31)}}$$ である。

〔Ⅲ〕

数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ はそれぞれ公比を r_a，r_b とする等比数列である。

$a_2 - a_1 = 2 + \sqrt{5}$ であり，$a_3 - a_1$ は $a_2 + a_1$ の $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ 倍である。

$\{b_n\}$ は，$b_n = \left(\dfrac{7-3\sqrt{5}}{2}\right)^n a_n$ とする。

また，数列 $\{c_n\}$ は，$c_n = \dfrac{1}{r_a - r_b}(a_n - b_n)$ とする。

ただし，n は自然数とする。このとき，

(1) $r_a = \dfrac{\boxed{(32)} + \sqrt{\boxed{(33)}}}{\boxed{(34)}}$ である。

(2) $c_4 = \boxed{(35)(36)}$ である。

(3) $\dfrac{c_{16}}{c_8} = \boxed{(37)(38)(39)(40)}$ である。

〔IV〕

A, B, Cの3チームが試合を行う。第1試合にAとBが対戦する。第2試合以降は，直前の試合に勝ったチームが残りの1チームと対戦することを繰り返す。最初に2連勝したチームを優勝とする。いずれのチームも試合に勝つ確率は $\frac{1}{2}$ であり，各試合に引き分けはないものとする。このとき，

(1) 第5試合でAが優勝する確率は $\dfrac{\boxed{(41)}}{\boxed{(42)(43)}}$ であり，第6試合でCが優勝する確率は $\dfrac{\boxed{(44)}}{\boxed{(45)(46)}}$ である。

(2) 第6試合もしくはそれ以前にB, Cが優勝する確率は，それぞれ $\dfrac{\boxed{(47)(48)}}{\boxed{(49)(50)}}$, $\dfrac{\boxed{(51)}}{\boxed{(52)(53)}}$ である。

(3) Aが第1試合で勝ち，かつAが第 $3n$ 試合もしくはそれ以前に優勝する確率を n の式で表すと，$\dfrac{\boxed{(54)}}{\boxed{(55)}}\left\{\boxed{(56)}-\left(\dfrac{\boxed{(57)}}{\boxed{(58)}}\right)^n\right\}$ である。ただし，n は自然数とする。