物　理

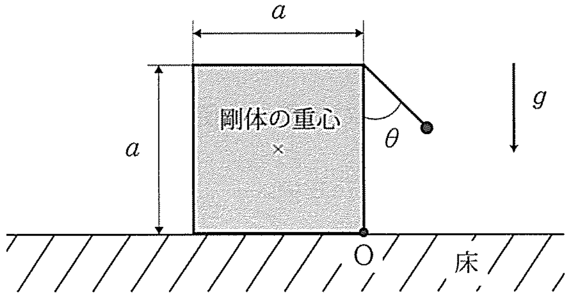
1. 以下の文章中の $\boxed{（ア）}$ ～ $\boxed{（コ）}$ に適切な式，または数値を記入しなさい。

図のように，水平な床の上に密度が一様な質量 M の立方体状の剛体がある。図は真横から見ており，剛体の一辺の長さは a である。剛体の上面一辺の中点から長さが $\dfrac{a}{2}$ で重さが無視できる糸をつるし，糸の先端に剛体と同じ質量 M の質点をつける。質点は，糸をとりつけた上面一辺に垂直な面内でのみ運動し，糸と剛体側面のなす角度を θ とする。図のように，糸をとりつけた上面一辺の直下にある一辺を軸Oとする。以下では，質点に剛体から離れる方向に初速度を与えたときの運動を考察する。鉛直下向きの重力加速度の大きさは g で，必要なら公式 $2\sin\theta\cos\theta=\sin 2\theta$ を使ってもよい。

1） 剛体を床に固定した場合を考える。角度 $\theta=0$ において，質点に水平方向の速さ V_1 を与えると質点は上昇した。糸がたるまずに，質点が上昇し続けているとき，角度 θ における質点の速度の大きさ V_0 は，$\boxed{（ア）}$ と求められる。そのとき質点が受ける遠心力の大きさは，M，V_0，a を用いて表すと $\boxed{（イ）}$ となる。このとき，糸にかかる張力の大きさは，M，V_1，a，g，θ を用いて $\boxed{（ウ）}$ と表される。

2） 次に，剛体を床に固定せずに置き，剛体と床の間に摩擦力がはたらかない場合を考える。剛体と質点は最初床に対して静止している。角度 $\theta=0$ において，質点に小さな水平方向の速さ V_2 を与えると，剛体は下面を床に接触したまま，なめらかにすべった。そのとき糸はたるまず，剛体とともに運動する人から見ると，質点は円弧をえがいて上昇を続けた。初速度の方向を正として，角度 θ のときに床から見た質点の速度の水平方向成分を W とする。質点の剛体に対する相対速度と，運動量保存則を考慮すれば，質点の速度の鉛直上向き成分の大きさは，V_2，W，θ を用いて $\boxed{（エ）}$ と表される。質点はやがて最大角度 $\theta=\theta_2$ に達し，その速度の鉛直方向成分は 0 になる。角度 θ_2 は，V_2，a，g を用いて $\cos\theta_2=\boxed{（オ）}$ から求められる。

3） 最後に，剛体を床に固定せずに置き，剛体と床の間に静止摩擦力がはたらく場合を考える。角度 $\theta=0$ において，質点に水平方向に有限の初速度を与え，質点が上昇していく過程を考える。角度 θ において，糸はたるまず剛体は静止したままであった。このときの張力の大きさを T とすると，床からの垂直抗力の大きさは $\boxed{（カ）}$ であり，床との静止摩擦力の大きさは $\boxed{（キ）}$ に等しい。軸Oのまわりで，重力によって剛体が受ける力のモーメントの大きさは $\boxed{（ク）}$ である。また，垂直抗力の作用点と軸Oの距離は $\boxed{（ケ）}$ である。初速度の大きさを $\sqrt{ga}$ にすると，静止摩擦係数が十分大きいため，剛体は水平方向にすべる前に，軸Oのまわりに回転しはじめた。このとき，軸Oまわりでの垂直抗力に関する力のモーメントが 0 になる。（ウ）を使って糸にかかる張力の大きさを具体的に計算すると，回転しはじめる角度 $\theta=\theta_3$ は，$\sin 2\theta_3=\boxed{（コ）}$ を満たすことが分かる。



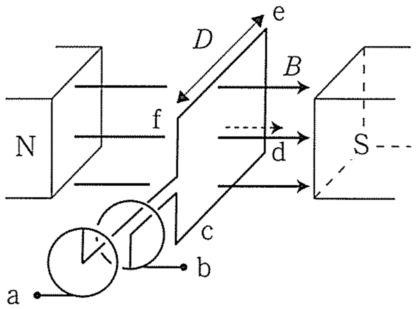
2. 以下の文章中の $\boxed{\text{（ア）}}$ ～ $\boxed{\text{（コ）}}$ に適切な式，または数値を記入しなさい。

図のように，一辺の長さ D の正方形状一巻き回転コイルを，磁石がつくる磁束密度 B の一様な磁場中において角速度 ω で回転させる。磁場は常に図の矢印の方向に向いており，回転コイルの辺 cd，ef はそれに垂直である。辺 ef 側の端点は常に点 a に，辺 cd 側の端点は常に点 b につながっている。以下では，点 a，b に回路Ⅰや回路Ⅱを接続する場合を考える。導線やコイルの抵抗，回転コイルに流れる電流によって生じる磁場は無視する。必要なら，微小時間 Δt の間の $\cos\omega t$ の変化量 $\Delta\cos\omega t$ についての関係式 $\dfrac{\Delta\cos\omega t}{\Delta t}=-\omega\sin\omega t$ を使ってもよい。

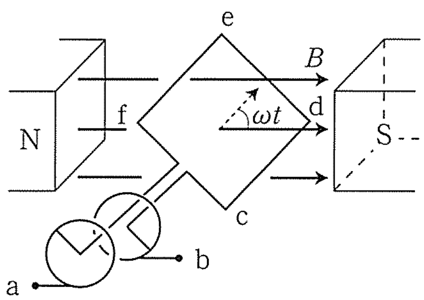
抵抗 R をもつ電気抵抗で構成される回路Ⅰを接続する。回路内の電流によって生じる磁場は無視する。図のように回転コイルの面 cdef の法線方向（破線矢印）が磁場となす角度を時刻 $t=0$ で 0 とし，このときの磁束を正の磁束と約束する。時刻 t でその角度は ωt となり，回転コイルを貫く磁束は $\boxed{\text{（ア）}}$，生じる起電力によって，b に対する a の電圧は $\boxed{\text{（イ）}}$ となる。また，電気抵抗における消費電力の時間平均は $\boxed{\text{（ウ）}}$ である。時刻 $t=0$ における d から e の向きを上向き正とすると，辺 ef は時刻 t において磁場から上向きに $\boxed{\text{（エ）}}$ の力を受ける。

次に 4 つの電気抵抗と，コイルおよびコンデンサーで構成される回路Ⅱを接続する。回路Ⅱのコイル以外で回路内の電流によって生じる磁場は無視する。a から b の向きを正として，電気抵抗 1，2，3，4 を流れる電流をそれぞれ I_1，I_2，I_3，I_4とする。このとき，抵抗値にかかわらず，4 つの電流の間には $I_2-I_1=$ $\boxed{\text{（オ）}}$ が成りたつ。以下，b に対する a の電圧を $V_0\sin\omega t$ とし，電気抵抗 1 と 3 の抵抗を R，電気抵抗 2 と 4 の抵抗を $2R$ とする。回路Ⅱを構成するコイルの自己インダクタンスは L，コンデンサーの電気容量は C である。b に対する a の電圧は，I_1，I_2，R を用いて $V_0\sin\omega t=$ $\boxed{\text{（カ）}}$ と表すことができる。コイルとコンデンサーそれぞれに流れる電流は，b に対する a の電圧よりも，位相が $\boxed{\text{（キ）}}$ だけコイルでは遅れ，コンデンサーでは進んでいる。このことを考慮すれば，b に対する a の電圧と a から b に流れる全電流の位相が一致する角速度 ω_0 は $\omega_0=$ $\boxed{\text{（ク）}}$ と表すことができる。また，回路Ⅱでの消費電力の時間平均を V_0，R を用いて表すと $\boxed{\text{（ケ）}}$ となる。角速度 ω で回転中の回転コイルを，ab 間の電圧が 0 になった瞬間に回路Ⅱからはずす。その後，回路内に流れる電流が 0 になるまでに，回路Ⅱ全体で発生するジュール熱を V_0，ω，L，C，R のうち必要なものを用いて表すと $\boxed{\text{（コ）}}$ となる。

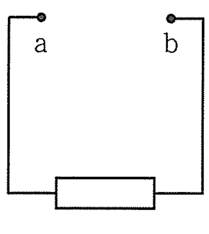
時刻 $t=0$



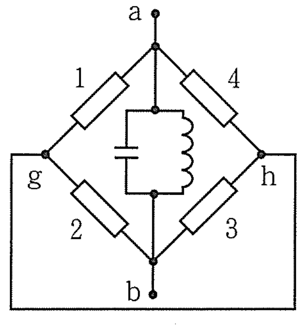
時刻 t



回路Ⅰ



回路Ⅱ



3. 以下の文章中の$\boxed{（ア）}$～$\boxed{（ケ）}$に適切な式または数値を記入しなさい。ただし，$\boxed{（ク）}$には｛　　｝の中の正しい記述の番号（①～⑥のいずれか1つ）を選んで記入しなさい。

図1のように，半透鏡と反射鏡R，Sを用いた装置がある。光源Pから発せられた波長λの単色光線を半透鏡に入射する。半透鏡は入射光の進行方向に対して，その面が45°になるように置かれている。光源Pからの入射光は，半透鏡において透過光と反射光に等しい振幅で分割され（実線矢印），半透鏡から等距離に置かれた反射鏡R，Sに入射する。反射鏡R，Sは，その面が入射光の進行方向に垂直で，そこでの入射光と反射光の振幅は常に等しい。反射鏡Rからの反射光（点線矢印），およびSからの反射光（破線矢印）は，再び半透鏡に至り，それぞれ，反射，透過後に検出器Qに至る。検出器Qでは，これらが干渉した合成波の振幅や振動数などを測定できる。反射鏡R，Sの運動などによる合成波の干渉の変化を考える。反射鏡R，Sが静止しているとき，各反射鏡と半透鏡を経由した光は強め合い，合成波の振幅はEであった。装置は真空中に置かれ，反射鏡R，Sの質量は等しい。半透鏡の厚みと重力の影響は無視できるとし，真空中の光速をcとする。

反射鏡Rだけを，光速に対して無視できる程度の速さでゆっくりと半透鏡に近づけると，合成波の振幅は次第に小さくなり，波長の$\boxed{（ア）}$倍動かしたときに初めて0となった。次に，反射鏡Rを元の位置に戻した後，半透鏡と反射鏡Rの間に，長さd，真空に対する屈折率n（>1）で，表面での反射と内部での光の吸収や散乱が無視できる直方体状物質を，その両端面が光線に垂直になるように図1の灰色の部分に置いたところ，検出器Qで観測される合成波の振幅は0となった。物質中での屈折率に依存した波長の変化と，光が物質中を往復することを考慮すれば，考えうる最も短いdは$\boxed{（イ）}$となる。

物質を取り除き，反射鏡Rと反射鏡Sを，光線に沿って，同時に，一定の速さV（>0）で半透鏡から遠ざけた。反射鏡R，Sの運動で生じる光のドップラー効果も音波のドップラー効果と同様に扱えるとすれば，後退している反射鏡が受ける光の振動数は$\boxed{（ウ）}$，検出器Qで観測される光の振動数は$\boxed{（エ）}$，合成波の振幅は$\boxed{（オ）}$である。

図2のように，ばね定数が等しいばねを用いて，反射鏡R，Sを固定された壁につなぎ，各反射鏡を図1と同じ位置で静止させた。このとき，ばねは自然長であった。次に，反射鏡R，SともにばねをAだけ伸ばし，時刻$t=0$において同時に離したところ，それぞれ光線に沿って角振動数ωで単振動した。半透鏡から遠ざかる方向を正にとれば，時刻tにおける各反射鏡の速度は等しく，それはωとAとtを用いて$\boxed{（カ）}$と表すことができる。（エ）の導出と同様に考えれば，時刻tでの各反射鏡での反射直後の光の波長は等しく，それは$\boxed{（キ）}$である。ばねが$\boxed{（ク）｛①自然長，②最短，③最長，④自然長または最短，⑤自然長または最長，⑥最短または最長｝}$のときのみ，各反射鏡での反射直後の光の波長は$\lambda$となり，検出器Qでは，波長$\lambda$の光が時間間隔$\boxed{（ケ）}$で繰り返し観測される。

図1

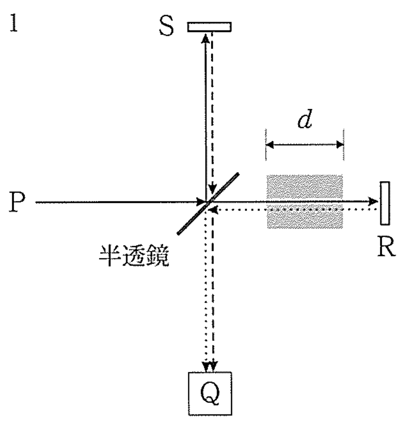


図2