

I 次の にあてはまる最も適当な数または式などを解答欄に記入しなさい。

(1) 座標空間内の点 A (1, 1, 1), B (2, -1, -1), C (-1, -2, -4), D (3, 2, 6)

に対して, 三角形 ABC の重心を M とし, 三角形 ABD の重心を N とする。

このとき, 点 M の座標は (ア) である。また, 線分 MN を 4 : 3 に外分

する点の座標は (イ) である。

(2) $\alpha = -1 + 2i$ とする。 $x = \alpha$ が 2 次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の解であるような

実数の組 (a, b) は $(a, b) =$ (ウ) である。また $\alpha^5 + 2\alpha^4 + 3\alpha^3 + 4\alpha^2 + 5\alpha$

の値は (エ) である。

(3) 関数 $f(x)$ が $f(x) = 2x^2 + 3x + \int_0^{\frac{1}{2}} f(t) dt$ を満たすとき, $f(x) =$ (オ)

である。

(4) 3 個のさいころを同時に投げるとき, 以下の確率を求めなさい。

(i) 出る目の最大値が 4 以下である確率は (カ) である。

(ii) 出る目の最大値が 4 である確率は (キ) である。

(iii) 出る目の最大値が 4 であるとき, 少なくとも 1 個のさいころの目が 1 で

ある確率は (ク) である。

Ⅱ 次の にあてはまる最も適当な数または式を解答欄に記入しなさい。

(1) 円 $x^2 + y^2 - 6x + 12y + 25 = 0$ を C_1 とし、中心が原点で、円 C_1 に外接する

円を C_2 とする。このとき円 C_2 の半径は (ケ) である。また 2 つの

円 C_1 , C_2 の共有点の座標は (コ) である。

(2) 不等式 $3^{2x} + 1 < 3^{x+2} + 3^{x-2}$ を解くと、 (サ) $< x < \input{text}{シ}$ で

ある。

(3) 自然数 n に対して $m \leq \log_2 n < m + 1$ を満たす整数 m を a_n で表すことに

する。このとき $a_{2016} = \input{text}{ス}$ (ス) である。また、自然数 k に対して $a_n = k$

を満たす n は全部で (セ) 個あり、そのような n のうちで最大のものは

$n = \input{text}{ソ}$ (ソ) である。さらに $\sum_{n=1}^{2016} a_n = \input{text}{タ}$ (タ) である。

(ヒント: $2^{10} = 1024$)

Ⅲ 次の にあてはまる最も適当な数を解答欄に記入しなさい。

三角形 ABC において、 $AB=2$ 、 $BC=9$ 、 $CA=9$ とする。

このとき $\cos \angle A =$ (チ) であり、三角形 ABC の外接円の半径は (ツ)

である。

この三角形 ABC において、 $\angle A$ の二等分線と三角形 ABC の外接円との交点で A とは異なる点を D とする。このとき $\angle BAD$ の大きさを θ (ただし、 $0^\circ < \theta < 90^\circ$) とすると $\sin \theta =$ (テ) であり、線分 BD の長さは (ト) である。また、四角形 ABDC の面積は (ナ) である。

IV $f(x) = x^3 - 3|x|$ とする。以下の問いに答えなさい。

(1) 関数 $y = f(x)$ のグラフを解答用紙の所定の欄にかきなさい。

(2) $f(x) + a = 0$ を満たす実数 x が 1 つであるような定数 a の値の範囲を求めなさい。

(3) 曲線 $y = f(x) + b$ 上の点 $(-2, f(-2) + b)$ における接線が原点を通るような定数 b の値を求めなさい。また、その接線の方程式を求めなさい。

V 以下の問いに答えなさい。

- (1) x を自然数とする。このとき、 x^2 を 4 で割ったときの余りは、 x が偶数のときは 0 であり、 x が奇数のときは 1 であることを証明しなさい。
- (2) 自然数の組 (x, y) について、 $5x^2 + y^2$ が 4 の倍数ならば、 x, y はともに偶数であることを証明しなさい。
- (3) 自然数の組 (x, y) で $5x^2 + y^2 = 2016$ を満たすものをすべて求めなさい。