〔 I 〕

(1) (i) $f(x,\ y) = 2x^2 + 11xy + 12y^2 - 5y - 2$ を因数分解すると,

$$\left(x + \boxed{(1)}\,y + \boxed{(2)}\right)\left(\boxed{(3)}\,x + \boxed{(4)}\,y - \boxed{(5)}\right)$$ である.

(ii) $f(x,\ y) = 56$ を満たす自然数 x, y の値は, $x = \boxed{(6)}$, $y = \boxed{(7)}$ である.

(2) xy 平面上の 2 直線 $y = x + 4\sin\theta + 1$, $y = -x + 4\cos\theta - 3$ の交点を P とおく. ただし, θ は実数とする.

(i) $\theta = \dfrac{\pi}{12}$ のとき, 点 P の座標は $\left(\sqrt{\boxed{(8)}} - \boxed{(9)},\ \sqrt{\boxed{(10)}} - \boxed{(11)}\right)$ である.

(ii) θ が実数全体を動くとき, 点 P の軌跡は

$$x^2 + y^2 + \boxed{(12)}\,x + \boxed{(13)}\,y - \boxed{(14)} = 0$$

である.

(3) 2 次関数 $f(x)$ は, すべての実数 x について

$$\int_0^x f(t)\,dt = xf(x) - \frac{4}{3}x^3 + ax^2$$

を満たす. ただし, a は実数である. また, $f(0) = a^2 - a - 6$ である. このとき,

(i) $f(x) = \boxed{(15)}\,x^2 - \boxed{(16)}\,ax + \left(a + \boxed{(17)}\right)\left(a - \boxed{(18)}\right)$ である.

(ii) 方程式 $f(x) = 0$ が少なくとも 1 つの正の実数解をもつような a の値の範囲は

$$\boxed{(19)(20)} < a \leqq \boxed{(21)} + \sqrt{\boxed{(22)(23)}}$$

である.

(4) $\{a_n\}$ は，数字の 1 と 2 だけで作ることのできる自然数を小さい順に並べた数列である.

$\{a_n\}$ ： 1,　2,　11,　12,　21,　22,　111,　……

このとき,

(i) $a_{10} = \boxed{(24)(25)(26)}$，$a_{15} = \boxed{(27)(28)(29)(30)}$ である.

(ii) $\displaystyle\sum_{k=7}^{14} a_k = \boxed{(31)(32)(33)(34)}$ である.

(iii) $\{a_n\}$ のうち，m 桁である項の総和は $\dfrac{\boxed{(35)}^{m-1}\left\{\left(\boxed{(36)(37)}\right)^m - \boxed{(38)}\right\}}{\boxed{(39)}}$ である.

《〔II〕以降は13ページ以降にあります 》

〔II〕

xy 平面上に放物線 $P : y=\frac{1}{4}x^2$ と直線 $\ell : y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}(a^2-1)$ がある．ただし，a は $0<a<\sqrt{33}$ を満たす実数である．P と ℓ は異なる 2 点 A, B で交わり，A, B の x 座標をそれぞれ x_A, x_B とおくと，$x_A<x_B$ である．

次に，線分 AB を 1 辺とし，線分 CD が (0, 8) を通る長方形 ABDC をおく．長方形 ABDC の面積を $S(a)$ とする．このとき，

(1) 2 点 C, D を結ぶ直線の傾きは $\dfrac{\boxed{(40)}}{\boxed{(41)}}$ であり，線分 AB の長さを a を用いて表すと $\sqrt{\boxed{(42)}}\,a$ である．

(2) $S(a)$ を a の式で表すと

$$S(a)=\frac{\boxed{(43)(44)}}{\boxed{(45)}}a^3+\frac{\boxed{(46)(47)}}{\boxed{(48)}}a$$

である．

また，$S(a)$ が最大値をとるとき，a の値は $\sqrt{\boxed{(49)(50)}}$ である．

(3) 放物線 P と直線 ℓ で囲まれた部分の面積が，$S(a)$ の 3 倍であるとき，a の値は $\boxed{(51)}\sqrt{\boxed{(52)}}$ である．

〔Ⅲ〕

a は $2^{2\log_4 48 - \log_2 \frac{3}{4}}$ である．ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$ とする．このとき，

(1) a の値を整数で表すと $\boxed{(53)(54)}$ である．

(2) a^{30} は $\boxed{(55)(56)}$ 桁の数である．

(3) b は，b^{50} を小数で表すと小数第 25 位に初めて 0 でない数字が現れる正の数である．このとき $\left(\dfrac{b}{a}\right)^4$ を小数で表すと，小数第 $\boxed{(57)(58)}$ 位に初めて 0 でない数字が現れる．

〔IV〕

ボタンを1回押すたびに1，2，3，4，5，6のいずれかの数字が1つ画面に表示される機械がある．このうちの1つの数字Qが表示される確率は $\dfrac{1}{k}$ であり，Q以外の数字が表示される確率はいずれも等しいとする．ただし，k は $k>6$ を満たす自然数とする．

ボタンを1回押して表示された数字を確認する試行を繰り返すとき，1回目に4の数字，2回目に5の数字が表示される確率は，1回目に5の数字，2回目に6の数字が表示される確率の $\dfrac{8}{5}$ 倍である．このとき，

(1) Qは $\boxed{(59)}$ であり，k は $\boxed{(60)}$ である．

(2) この試行を3回繰り返すとき，表示された3つの数字の和が16となる確率は

$$\frac{\boxed{(61)(62)(63)}}{\boxed{(64)(65)(66)(67)}}$$ である．

(3) この試行を500回繰り返すとき，そのうちQの数字が n 回表示される確率を P_n とおくと，P_n の値が最も大きくなる n の値は $\boxed{(68)(69)}$ である．