論

I．以下の文章を読んで，次の問１～問３に答えなさい。

最初の100年間，確率理論は，不確実な状況下において未来に起こる確率を測定するための道具として発展してきた。未来事象の起こりやすさに数的な値を与えることが確率理論により可能になったからである。さらに，意思決定において，事象の起こりやすさについての情報と，選択者にとってのその事象の価値とを，どのようにして組み合わせるべきなのかについて，パスカルは一足早く考え始めていた。パスカルは単純に事象の確率とその事象の通貨での価値とをかけ合わせることで期待値を求める方法を定式化したのである。

この定式化を明確にするために，100ドルの賞金を獲得する確率が50％で参加するには50ドルかかる宝くじを例としてあげてみる。この宝くじの期待値を計算するには，50％の確率と100ドルをかけ合わせる（期待できる賞金額）だけではなく，参加するには50ドルかかることを考慮しなければならない。したがって，このときこの宝くじの期待値を計算すると［（1）］ドルとなる。いま述べた宝くじと，50ドル賭けなければならないが1000ドルを獲得する確率が６％ある宝くじとのどちらかを選択しなければならない場合を考えてみる。第２の宝くじでは期待できる賞金額は［（2）｜（3）］ドルとなる。第２の宝くじには50ドルかかるので，期待値は［（4）｜（5）］ドルとなる。期待値理論によれば，１番目の宝くじよりも２番目の宝くじを選ぶ方が望ましいことがわかる。このように，期待値理論は，未来の結果の確率とそれが提供しうる利得との組み合わせという明確な数学的方法を提供し，行動を選択するための指標を与えることになる。

しかし，期待値理論が広く用いられ理解された後，ニコラス・ベルヌーイは期待値理論を用いると奇妙なパラドックスが起こることを初めて明らかにした。次のような例である。裏と表の出る確率がそれぞれ1/2であるコインを表が出るまで投げ続け，表がでたときに，賞金をもらえるゲームがあるとする。１投目に表がでたら２ドルの賞金がもらえるとする。この場合，１投目の期待できる賞金額は0.5かける２ドルで１ドルである。しかし，１投目に裏が出たら２投目を投げ，２投目で表が出たら４ドルもらえるものとする。このようにコインを投げて裏がでる回数が１回増えるごとに賞金が倍に増えていくゲームを考える。ここで，１投目が裏で２投目が表である確率は0.［（6）｜（7）］で，この条件下で得られる賞金は４ドルということになる。したがって，２投目で終わる場合の賞金額は［（8）］ドルになる。さらに，２投目にも裏が出て，３投目に表なら賞金額は［（9）］ドル（確率0.［（10）｜（11）｜（12）］で発生する）となる。そして，表が出る前に４回裏が出て５回目に表が出たという条件下で得られる賞金は［（13）｜（14）］ドルということになる。11回目に初めて表が出れば1024ドル，21回目に出れば100万ドル以上，31回目に出れば10億ドル以上の大勝ちをすることになる。

(a)<u>ここで，このゲームには参加費が必要であるとしたら，いくらまで参加費を払えるだろうか。仮に，表が出るまで無限回まで投げ続けることができるとした場合，１投ごとの期待できる賞金額は１ドルなので，１ドル足す１ドル足す１ドル足す１ドルというように，無限回足すと期待できる賞金額は無限大になる。</u>

しかしながら，サンクトペテルブルクのカジノの支配人が発見したように，このゲームに参加するために，５ドルより多く支払ってくれる人は一握りに過ぎなかった。事実，このようなゲームに参加するためにはいくらなら支払っても良いかと尋ねると，その金額は普通４ドルであった。なぜだろうか。期待値理論は，合理的な意思決定者はこのゲームに持ち金すべてを喜んで賭けることを予測する。しかし，実際には，４ドルより多く支払う人はほとんどいない。(b)<u>なぜ期待値理論と人間の意思決定がこんなに異なるのであろうか。</u>

この「サンクトペテルブルクの問題」として知られるようになっているパラドックスが，18世紀前半の確率理論の分野において，重要な研究対象となった。1738年になってようやく，このパラドックスは，ニコラス・ベルヌーイの弟ダニエル・ベルヌーイによって解かれたのである。

ダニエル・ベルヌーイは興味深い新たな考え方を示唆した。期待値理論は数学的期待値を計算するにすぎず，人間行動を十分に説明するものではないと彼は考えたのである。「意思決定者は危険に左右されない」ということを期待値理論は暗に仮定している。例えば，宝くじＡでは100％の確率で100万ドル獲得でき，宝くじＢでは50％の確率で200万ドル獲得できるとする。期待値理論によれば，これらの宝くじは両方とも［(15)｜(16)｜(17)］万ドルに値すると言える。両方とも同一の期待値なので，どの意思決定者もこれら２つを同等に望ましいと考えることを期待値理論は導く。しかしながら，ほとんど全ての人は宝くじＡを好むと報告するであろう。人間は理性的に慎重で200万ドルの宝くじに付随しているリスクを冒すのを避けるからこうなのだ，とダニエル・ベルヌーイは推論したのである。

（ポール・Ｗ・グリムシャー著　宮下英三訳『神経経済学入門』東京：生産性出版，2008，第８章に着想を得て問題文を作成した）

問１．［(1)］～［(17)］に適切な数字を解答用紙Ａ（マークシート）の解答欄［(1)］～［(17)］にそれぞれマークしなさい。

問２．下線部（ａ）に続く文章として最も適切な選択肢を一つ選び，その番号を解答用紙Ａ（マークシートの解答欄［(18)］にマークしなさい。

1　期待値理論にしたがえば，このゲームへの参加費として，１ドルも支払えないということになる。
2　期待値理論にしたがえば，このゲームへの参加費として，１ドルなら支払えるということになる。
3　期待値理論にしたがえば，このゲームへの参加費として，４ドルなら支払えるということになる。
4　期待値理論にしたがえば，このゲームへの参加費として，いくらでも支払えるということになる。

問３．下線部（ｂ）に書かれているように，期待値理論で，人間の意思決定を説明できないのはなぜか。解答用紙Ｂの所定の欄に35字以内で説明しなさい。

論

Ⅱ．以下の文章を読んで，次の問１～問５に答えなさい。

日本の平均寿命が男女とも80歳を超えることになった。平均寿命とは０歳時の平均余命である。その計算のもとになる統計データが生命表である。はじめて生命表とよぶにたる統計は1662年にロンドンの呉服商ジョン・グローントによって示された。グローントは100万人以上ではないかとうわさされていたロンドンの人口推計もおこなっている。グローントが注目したのは，教会が記録していた教区ごとの出生数（幼児洗礼数）や死亡数（死因別埋葬数）の統計で，その統計数値の比の安定性である。ロンドンの平均的な教区では年間11世帯当たり３人の死亡が報告されていた。そして典型的な１世帯は８人（両親，３人の子供，３人の使用人）からなると観察した。グローントはロンドンの人口推計に必要だが計測されていなかった世帯数を(ア)出生数，(イ)死亡数，(ウ)家屋の数の３通りの異なった方法で推定している。（ア）の方法では１年間に出産した女性の数の４倍を世帯数と考えた。教会のデータではロンドンの年間出生数は12000だった。（イ）の方法では年間死亡数は13000であった。（ウ）の方法では，ロンドンの地図からシティの城壁内には１区画当たり54世帯で220区画あり，城壁内の世帯数は死亡数から推定するとロンドン全体の1/4であった。(A)これら３通りの方法で得られた世帯数からロンドンの人口を推定した。

表１ グローントの生命表

年齢	生存数	死亡数(B)	年齢階級値(C)	(B)×(C)	生存年数計	死亡時の平均年齢	平均余命
0	100	36	3	108	1822	18.220	18.220
6	64	24	11	264	1714	26.781	20.781
16	40	15	21	315	1450	36.250	20.250
26	25	9	31	279	1135	45.400	19.400
36	16	6	41	246	856	53.500	17.500
46	10	4	51	204	610	61.000	15.000
56	6	3	61	183	406	67.667	11.667
66	3	2	71	142	223	74.333	8.333
76	1	1	81	81	81	81.000	5.000
86	0						

グローントの作成した生命表は現在利用しているものとは少し異なるが，現代風に直すと表１になる。いま100出生数があったとすると，６歳までに36人が死亡する。死亡する年齢は均等に分布していると仮定すると３歳（年齢階級値）まで平均的に生きたと考えられる。36人については３歳まで生きたので，計108人・歳が生存した年数となる。年齢別の死亡率を推定して100人の出生がゼロになるまで死亡数を記入すると，生命表が完成する。表１では年齢76歳の人は１人生存してこの人は81歳まで生きると考えられる。66歳の人は３人生存していて，３人で計223年生きると期待される。つまり66歳の人は平均すると約74.333歳まで生きる。66歳の平均余命は約8.333歳ということになる。この計算を繰り返して，０歳の平均余命がこの年の平均寿命ということになる。この例では18.22歳である。

表２ 日本(男)の生命表(簡略版)

年齢	生存数	死亡数(B)	年齢階級値(C)	(B)×(C)	生存年数計	死亡時の平均年齢	平均余命
0	100	0	5	0	(エ)	－	－
10	100	0	15	0	(エ)	－	－
20	100	1	25	25	(エ)	－	－
30	99	1	35	35	7992	80.73	50.73
40	98	2	45	90	7957	81.19	41.19
50	96	4	55	(オ)	7867	81.95	31.95
60	92	10	65	650	7647	83.12	23.12
70	82	21	75	1575	6997	85.33	15.33
80	61	38	85	3230	(カ)	88.89	8.89
90	23	22	95	2090	2192	95.30	5.30
100	1	1	102	102	102	102.00	2.00

日本の生命表の男子のものをグローント風に簡単にしたものが表２である。19歳末までの死亡数は小数点以下のため０と切り捨てている。また（エ），（オ），（カ）および「－」の部分には適当な数値が入る。（エ）は３か所とも同じ値である。平均寿命がのびることはよいことであるが，日本は少子化のため人口が減少している。よく知られている合計特殊出生率は１人の女性が死ななければ生涯で出産する子供の数を，年齢別出生率から計算したものである。将来の人口を知るには１人の女性が途中で亡くなることも考慮し，しかも生涯で何人の女児を生むかという純再生産率（NRR）が便利である。NRR は現状では0.68である。NRR が１であれば人口は増えもせず減りもしない状態になる。日本人女性の平均出産年齢が31.5歳とすると，１世代は31.5年と考えられる。つまり，いま100人女性がいたとして，１世代（31.5年）後には，100×0.68＝68人の女性が子供を産むことができる。２世代後では，46.24人，以降の世代では31.44人，21.38人，14.54人となる。0.68の６乗はほぼ0.1（$\fallingdotseq 0.68^6$）なので６世代後は10人となる。2012年時点で日本に出産可能な女性の人口はほぼ26000000人（2600万人）である。仮に NRR が将来もずっと0.68で，平均出産年齢も一定だとす

ると，将来人口はどうなるだろうか。現在は世界一の人口を有する中華人民共和国（中国）でもNRRは低く日本とほとんど同じである。ただし出産可能な女性の人口が，現在300000000人（3億人）いて，平均出産年齢は27.2歳である。韓国，台湾や香港のNRRは日本や中国よりも低い値である。遠い将来，東アジアの人口はどうなるだろうか。（John Graunt，1620－1674年．グラントと表記されることもある。ただしグローントにゆかりのあるグレシャム・カレッジの記念講演で教授陣はグローントと発音している。John Graunt, *Natural and Political Observations made upon the Bills of Mortality*, 1662. 厚生労働省「平成25年簡易生命表」，社会保障人口問題研究所『人口統計資料集』，国連統計，『中国国家統計年鑑』から作成。）

問1．空欄に入る数字を解答用紙A（マークシート）の解答欄 (19) (20) (21) ～ (25) (26) (27) にマークしなさい。下線（ア）の方法によるロンドンの推計人口は (19) (20) (21) 000人となる。下線（イ）の方法では (22) (23) (24) 000人，下線（ウ）の方法では (25) (26) (27) 000人となる。1000人未満は四捨五入して答えること。

問2．空欄に入る数字を解答用紙A（マークシート）の解答欄 (28) (29) (30) (31) ～ (35) (36) (37) (38) にマークしなさい。表2の（エ）にはすべて同じ数字が入る。これから日本人男性の平均寿命は (28) (29) . (30) (31) 歳と推定できる。表2の（オ）には (32) (33) (34)，（カ）には (35) (36) (37) (38) が入る。

問3．空欄に入る数字を解答用紙A（マークシート）の解答欄 (39) (40) (41) (42) ～ (45) にマークしなさい。表2によると日本の男性に60歳から毎年200万円の年金を支払うとすると，死亡するまでに (39) (40) (41) (42) 万円受け取ることができると計算される。同じ金額を20歳から59歳まで40年間働いて毎月の貯蓄でまかなおうとすると，利息や途中で死亡する場合を考えないとき，月々の貯蓄額は約 (43) . (44) 万円となる（1000円未満は四捨五入すること）。70歳から毎年300万円の年金を受け取るプランだと60歳から200万円受け取るプランとほぼ同じ額を生涯で期待できる。69歳まで50年間働く場合，毎月の貯蓄額に換算すると約 (45) 万円少なくてよい（1万円未満は四捨五入すること）。

問4．空欄に入る数字を解答用紙A（マークシート）の解答欄 (46) (47) ～ (52) (53) にマークしなさい。日本の女性が1人以下（人口消滅）になるのは，現在の純再生産率（NRR）が一定で世代年数（31.5年）も一定とすると， (46) (47) 世代後のおよそ西暦 (48) (49) 00年である。100年未満は四捨五入して答えること。現在の純再生産率（NRR）0.68が一定で世代年数（27.2年）も一定とすると，中国の女性が1000人以下になるのは，いまからおよそ何世代後のことか。 (50) (51) 世代後の西暦 (52) (53) 00年。100年未満は四捨五入して答えること。

問5．下線部（A）について，グローントが世帯数について3通りの方法を試みたのはどのような理由か。解答用紙Bの所定の欄に30字以内で述べなさい。

Ⅲ．以下の文章を読んで，次の問１～問２に答えなさい。

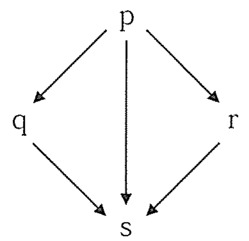
いま，以下のような４つの命題ｐ，ｑ，ｒ，ｓがある。

ｐ：すべての天体の軌道は円である。

ｑ：すべての惑星の軌道は円である。

ｒ：すべての天体の軌道は楕円である。

ｓ：すべての惑星の軌道は楕円である。



これらの４つの命題に関して，「天体」という言葉は「惑星」よりも [(54) ┆ (55)] の度合が高く，「円」という言葉は「楕円」よりも [(56) ┆ (57)] の度合が高い。いずれの度合も高いほど，命題は経験的にテストされやすく，それゆえ反証される可能性も高い。つまり，命題の反証可能性は高くなる。

これら４つの命題ｐ，ｑ，ｒ，ｓのあいだの演繹可能性関係は，上のダイアグラムの矢によって示される。ｐから他のすべての命題が結果する。ｑからはｓが帰結し，ｓはまたｒからも帰結する。したがって，ｓは他のすべてから帰結する。

ｐからｑに移ると，[(58) ┆ (59)] の度合が減少する。惑星の軌道は天体の軌道の真部分集合であるから，[(60) ┆ (61)] はｐよりも [(62) ┆ (63)] の度合がより少ないわけである。したがって，ｐはｑよりもいっそう容易に反証されうる。もしｑが反証されれば，ｐは [(64) ┆ (65)] されるが，しかしその逆は真ではない。

[(66) ┆ (67)] からｒに移ると，[(68) ┆ (69)] の度合が減少する。円は楕円の真部分集合だからである。そして，もしｒが [(70) ┆ (71)] されれば，ｐは反証されるが，その逆は成り立たない。

同じことが他の移行についてもいえる。[(72) ┆ (73)] からｓに移れば [(74) ┆ (75)] と正確性の両者が減少し，ｑからｓへ移ると [(76) ┆ (77)] が減少し，ｒからｓへと移ると [(78) ┆ (79)] が減少する。

したがって，以上のことからｐが最も反証可能性が高く，ｓは反証可能性が最も低いといえる。

(K．R．ポパー著『科学的発見の論理（上）』大内義一・森　博訳，恒星社厚生閣，1971年に基づいて問題を作成した)

問１．文中の [(54) ┆ (55)] ～ [(78) ┆ (79)] にあてはまる最も適当なものを下の選択肢から選び，その番号を解答用紙Ａ（マークシート）の解答欄 [(54) ┆ (55)] ～ [(78) ┆ (79)] にそれぞれマークしなさい。なお，同じ選択肢を２回以上使用してもよい。

11　p	12　q	13　r	14　s	15　演繹	16　検証	17　合理性
18　実証	19　正確性	20　妥当性	21　反証	22　普遍性	23　有意性	

問２．命題ｑとｒは，どちらが反証可能性が高いのか，比較することができない。なぜか。その理由を本文に即して「命題ｑはｒよりも」に続く文章を解答用紙Ｂの所定の欄に35字以内で答えなさい。

命題ｑはｒよりも [解答用紙Ｂに記入すること]