

I 次の にあてはまる最も適当な数または式などを解答欄に記入しなさい。

(1) 2 次方程式 $x^2 + kx + k + 8 = 0$ が異なる 2 つの実数解 α, β をもつとする。

このとき、定数 k の値の範囲は $k < \text{(ア)}$ または $k > \text{(イ)}$ である。

さらに、このとき $\alpha^2 + \beta^2 = 19$ となるような定数 k の値は $k = \text{(ウ)}$

である。

(2) xyz 空間の $A(1, 0, 0)$, $B(-1, 0, 0)$, $C(0, \sqrt{3}, 0)$ を 3 頂点とする三角形

を底面にもち、 $z \geq 0$ の部分にある正四面体 $ABCD$ を考える。頂点 D の座標は

(エ) である。また 4 頂点において正四面体 $ABCD$ に外接する球の中心 E

の座標は (オ) であり、 \overrightarrow{EA} と \overrightarrow{EB} のなす角を θ ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$) とする

と $\cos \theta = \text{(カ)}$ である。

(3) n を自然数とする。白玉 5 個と赤玉 n 個が入っている袋から同時に玉を 2 個取り

出すとき、取り出した玉の色が異なる確率を p_n とする。このとき $p_n = \text{(キ)}$

である。また $p_n \leq \frac{1}{5}$ となる最小の自然数 n は $n = \text{(ク)}$ である。

Ⅱ 次の にあてはまる最も適当な数または式を解答欄に記入しなさい。

(1) 多項式 $f(x) = 5x^3 - 12x^2 + 8x + 1$ を $x - 1$ で割ったときの商 $g(x)$ は

$g(x) =$ (ケ) であり、余りは (コ) である。また、 $g(x)$ を $x - 1$

で割ったときの余りは (サ) である。

さらに、定数 (コ) , (サ) , (シ) , (ス) を用いる

と、 x についての恒等式

$$\frac{f(x)}{(x-1)^4} = \frac{\text{ (コ) }}{(x-1)^4} + \frac{\text{ (サ) }}{(x-1)^3} + \frac{\text{ (シ) }}{(x-1)^2} + \frac{\text{ (ス) }}{x-1}$$

が成り立つ。

(2) 点 O を中心とする半径 1 の円周上の 3 点 A, B, C が

$$5\overrightarrow{OA} + 6\overrightarrow{OB} = -7\overrightarrow{OC}$$

を満たすとする。このとき $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} =$ (セ) であり、 $|\overrightarrow{AB}| =$ (ソ)

である。また $\angle ACB$ の大きさを θ ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$) とすると $\sin \theta =$ (タ)

である。

Ⅲ 次の にあてはまる最も適当な数または式を解答欄に記入しなさい。

A を与えられた自然数として、

$$a_1 = 3A, \quad a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 2 & (n \text{ が奇数のとき}) \\ a_n - 1 & (n \text{ が偶数のとき}) \end{cases}$$

によって定まる数列 $\{a_n\}$ を考える。

(1) a_5, a_6 を A を用いて表すと、 $a_5 =$ (チ) $,$ $a_6 =$ (ツ) である。

また一般に、 a_n を n と A を用いて表すと、

$$a_n = \begin{cases} \text{ (テ)} & (n \text{ が奇数のとき}) \\ \text{ (ト)} & (n \text{ が偶数のとき}) \end{cases}$$

となる。

(2) $a_n > 0$ となる最大の自然数 n を N とする。 N を A を用いて表すと

$N =$ (ナ) であり、また $\sum_{n=1}^N a_n =$ (ニ) である。

IV 関数 $y = \sin\theta\cos\theta - \sin\theta + \cos\theta$ について考える。以下に答えなさい。

- (1) $t = \cos\theta - \sin\theta$ とおくとき, y を t の式で表しなさい。
- (2) θ が $0 \leq \theta \leq \pi$ の範囲を動くとき, t の動く範囲を求めなさい。
- (3) θ が $0 \leq \theta \leq \pi$ の範囲を動くとき, y の最大値, 最小値と, それらを与える θ の値をそれぞれ求めなさい。

V $f(x) = (x-1)|x-3| - 4x + 12$ とする。また、曲線 $y = f(x)$ 上の点 $P(1, f(1))$ における接線を ℓ とする。以下に答えなさい。

- (1) $y = f(x)$ のグラフをかきなさい。
- (2) 直線 ℓ の方程式を求めなさい。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ と直線 ℓ の点 P 以外の共有点 Q の座標を求めなさい。
- (4) 曲線 $y = f(x)$ と直線 ℓ で囲まれた図形の面積 S を求めなさい。