

〔 I 〕

- (1) 実数 x の関数 $f(x) = x^3 - ax^2 + bx + 4b - 2$ は、 $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)}{x-2} = -5$ を満たす。ただし、 a, b は実数とする。このとき、

(i) b を a の式で表すと、 $b = \boxed{(1)}a - \boxed{(2)}$ である。

(ii) x の値が 3 から 6 まで変化するときの関数 $f(x)$ の平均変化率が、関数 $f(x)$ の $x = 2 + \sqrt{7}$ における微分係数に等しいとき、 $a = \boxed{(3)}$ 、 $b = \boxed{(4)}$ である。

- (2) 実数 a についての方程式

$$A = \left| 2a + \frac{4}{3}k \right| + \left| a - \frac{8}{9}k \right|$$

において、 $a = \frac{1}{4}$ のとき $A = \frac{21}{4}$ である。ただし、 k は正の実数の定数とする。このとき、

(i) $k = \frac{\boxed{(5)}}{\boxed{(6)}}$ である。

(ii) A の最小値は $\frac{\boxed{(7)}}{\boxed{(8)}}$ であり、このときの a の値は $\frac{\boxed{(9)}\boxed{(10)}}{\boxed{(11)}}$ である。

- (3) n を自然数とする。数列 $\{a_n\}$ は、 $a_1 = 5$ 、 $a_{n+1} = \frac{25}{a_n^2}$ を満たす。このとき、

(i) $a_3 = \frac{\boxed{(12)}\boxed{(13)}}{\boxed{(14)}}$ 、 $a_4 = \frac{\boxed{(14)}}{\boxed{(15)}\boxed{(16)}}$ である。

- (ii) $b_n = \log_5 a_n$ とおくとき、数列 $\{b_n\}$ の一般項を n の式で表すと、

$$b_n = \frac{\left(\frac{\boxed{(17)}\boxed{(18)}}{\boxed{(19)}} \right)^{n-1}}{\boxed{(19)}} + \frac{\boxed{(20)}}{\boxed{(21)}} \text{ である。}$$

(4) 円に内接する四角形 ABCD において, $\angle BCD = 60^\circ$, $CD = 2\sqrt{6}$, $\angle DAB > \angle CDA$ である. また 2 直線 BA, CD の交点を E, 2 直線 DA, CB の交点を F とすると, $\angle AFB = 45^\circ$, $DE = 3\sqrt{2} - \sqrt{6}$ である. このとき,

(i) $\angle AED$ の大きさは $\boxed{(22)(23)}^\circ$ であり, 辺 EB の長さは $\boxed{(24)}$ である.

(ii) 三角形 AED の面積は, 三角形 CEB の面積の $\frac{\boxed{(25)} - \sqrt{\boxed{(26)}}}{\boxed{(27)}}$ 倍である.

(5) xy 平面上に放物線 $C: 2x^2 + (k-5)x - (k+1)y + 6k - 14 = 0$ と直線 $l: y = \frac{1}{2}x$ がある. k は $k \neq -1$ を満たす実数とする. 放物線 C は -1 を除くすべての実数 k に対して 2 定点 $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$ を通る. ただし, $x_A < x_B$ とする. このとき,

(i) 2 点 A, B の座標は

$(x_A, y_A) = (\boxed{(28)(29)}, \boxed{(30)})$, $(x_B, y_B) = (\boxed{(31)}, \boxed{(32)(33)})$ である.

(ii) 直線 l 上に点 P をおき, 2 点 A, B をそれぞれ点 P と線分で結ぶとき,

距離の和 $AP + BP$ を最小にする点 P の座標は $\left(\frac{\boxed{(34)(35)}}{\boxed{(36)}}, \frac{\boxed{(37)(38)}}{\boxed{(39)}} \right)$ である.

《 〔Ⅱ〕以降は13ページ以降にあります 》

〔Ⅱ〕 O を原点とする xy 平面上に円 $C: x^2 + y^2 = r^2$ と放物線 $D: y = \frac{1}{2}x^2 - t$ がある。ただし r と t はそれぞれ正の実数の定数とする。点 $(0, -55)$ から放物線 D に傾きが正の接線を引くとき、その接線の傾きは $3\sqrt{6}$ である。放物線 D 上には x 座標がそれぞれ $-4\sqrt{3}$, $4\sqrt{3}$ である点 P , Q があり、円 C はこの 2 点 P , Q を通る。このとき、

(1) $t = \boxed{(40)(41)}$ である。

(2) $r = \boxed{(42)}$ である。

(3) 円 C と 2 線分 OP , OQ で囲まれる 2 つの扇形のうち、 $\angle POQ$ が π より小さい方の面積は

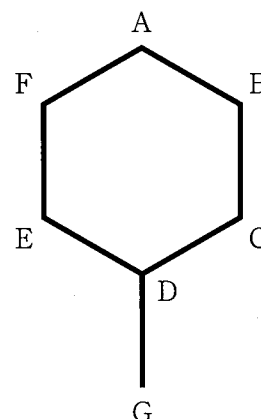
$$\frac{\boxed{(43)(44)}}{\boxed{(45)}} \pi \text{ である。}$$

(4) 円 C と放物線 D で囲まれた図形のうち、

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq r^2 \\ y \geq \frac{1}{2}x^2 - t \end{cases}$$

で表される図形の面積は $\boxed{(46)(47)(48)} \sqrt{\boxed{(49)}} - \frac{\boxed{(50)(51)}}{\boxed{(52)}} \pi$ である。

- 〔Ⅲ〕 正六角形 ABCDEF の頂点 D と正六角形の外部の点 G を線分で結んだ右のような図形がある．動点 P はこの図形の線分上を動き、点から点へ移動する．動点 P の隣接する点への移動には 1 秒間を要する．また、隣接する点が複数あるときは、等しい確率でどれか 1 つの点に移動するものとする．



- (1) 動点 P が A から出発して 4 秒後に G にいる確率は $\frac{\boxed{(53)}}{\boxed{(54)}\boxed{(55)}}$ である．

- (2) 動点 P が A から出発して 5 秒後に D にいる確率は $\frac{\boxed{(56)}\boxed{(57)}}{\boxed{(58)}\boxed{(59)}}$ である．

- (3) 動点 P が A から出発して D に到達した時点で移動を終了するとき、 $2n + 1$ 秒以内に移動を終了する確率は $\frac{\boxed{(60)}^n - \boxed{(61)}^n}{\boxed{(62)}^n}$ である．ただし、 n は自然数とする．

〔IV〕 正四面体 OABC において辺 OA の中点を D, 辺 OB を 1:2 に内分する点を E, 辺 OC を $m:(1-m)$ に内分する点を F とする. ただし, m は $0 < m < 1$ を満たす実数の定数とする. E から 3 点 O, A, C の定める平面に垂線 EH を下ろし, 直線 OH と線分 DF の交点を I とする. 三角形 ODE の面積は $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ であり, 四面体 ODEF の体積は正四面体 OABC の体積の $\frac{5}{54}$ 倍である. このとき,

(1) 正四面体 OABC の一辺の長さは $\boxed{(63)}\sqrt{\boxed{(64)}}$ であり, 体積は $\boxed{(65)(66)}\sqrt{\boxed{(67)}}$ である.

(2) $m = \frac{\boxed{(68)}}{\boxed{(69)}}$ である.

(3) \overrightarrow{OI} を \overrightarrow{OD} と \overrightarrow{OF} を用いて表すと, $\overrightarrow{OI} = \frac{\boxed{(70)(71)}}{\boxed{(72)(73)}}\overrightarrow{OD} + \frac{\boxed{(74)}}{\boxed{(75)(76)}}\overrightarrow{OF}$ である.