

I (1)  $x, y, z$  は実数で  $xyz \neq 0$  とする. もし

$$2^x = 3^y = \boxed{\boxed{(1)}\boxed{(2)}}^z$$

ならば

$$\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{z}$$

である.

(2) 関数  $f(x) = x^2 - 2$  に対して,  $g(x) = f(f(x))$  とおく. このとき, 方程式  $g(x) = x$  の解は

$$\boxed{\boxed{(3)}\boxed{(4)}}, \boxed{\boxed{(5)}\boxed{(6)}}, \frac{\boxed{\boxed{(7)}\boxed{(8)}} \pm \sqrt{\boxed{\boxed{(9)}\boxed{(10)}}}}{\boxed{\boxed{(11)}\boxed{(12)}}}$$

である. ただし, 最初の数は 2 番目の数より小とする.

(3) 直線  $y = -3x$  上の点 P と, 曲線  $xy = 2$  ( $x > 0$ ) 上の点 Q の間の距離の最小値は

$$\frac{\boxed{\boxed{(13)}} \sqrt{\boxed{\boxed{(14)}\boxed{(15)}}}}{\boxed{\boxed{(16)}\boxed{(17)}}}$$

である.

II (1)

$$\int_0^1 |x - a|(x + 1)dx$$

を最小にする  $a$  の値は

$$a = \frac{\langle 18 \rangle \langle 19 \rangle}{\langle 20 \rangle \langle 21 \rangle} + \frac{\langle 22 \rangle \langle 23 \rangle}{\langle 24 \rangle \langle 25 \rangle} \sqrt{\langle 26 \rangle \langle 27 \rangle}$$

である.

(2)  $f(a)$  を  $0 \leq x \leq 1$  における  $|x - a|(x + 1)$  の最大値とする. このとき  $f(a)$  を最小にする  $a$  の値は

$$a = \frac{\langle 26 \rangle \langle 27 \rangle}{\langle 28 \rangle \langle 29 \rangle}$$

である.

III (1) 1 から 15 までの自然数全体からなる集合  $\{1, 2, \dots, 15\}$  の部分集合で, 10 個の要素からなり, すべての要素の和が 56 以上になるものは全部で 

(30)	(31)	(32)	(33)
------	------	------	------

 個ある.

(2) 女子 7 人と男子 4 人がいる. その中から 3 人を選び, 3 個の異なるお菓子を 1 人に 1 個ずつ与える. ただし, 2 人以上の女子を選ばなければならないとすると, 与える方法は 

(34)	(35)	(36)
------	------	------

 通りである.

IV 関数  $f_1(x), g_1(x)$  をつぎのように定める.

$$f_1(x) = \begin{cases} 1 & (x > 1) \\ x & (-1 \leq x \leq 1) \\ -1 & (x < -1) \end{cases}$$

$$g_1(x) = \frac{1}{2}(f_1(1+x) + f_1(1-x))$$

このとき

$$\int_{-1}^1 g_1(x) dx = \frac{\boxed{(37)}}{\boxed{(38)}}$$

である.

つぎに関数  $f_2(x)$  をつぎのように定める.

$$f_2(x) = \int_0^x g_1(t) dt$$

このとき

$$f_2(x) = x - \frac{x^2}{\boxed{(39)}} \quad (0 \leq x \leq 2), \quad \int_0^2 f_2(x) dx = \frac{\boxed{(40)}}{\boxed{(41)}}$$

を得る. さらに

$$g_2(x) = \frac{1}{2}(f_2(1+x) + f_2(1-x))$$

とおけば

$$g_2(x) = \frac{\boxed{(42)}}{\boxed{(43)}} - \frac{\boxed{(44)}}{\boxed{(45)}} x + \frac{\boxed{(46)}}{\boxed{(47)}} x^2 \quad (1 \leq x \leq 3)$$

そして

$$\int_{-3}^3 g_2(x) dx = \boxed{(48)}\boxed{(49)}$$

を得る.

V つぎの **1**, **2** のうち, いずれか 1 問を選択し答えなさい. **1** を選択する場合, 解答用紙の V-1 をマークし, **2** を選択する場合, V-2 をマークしなさい.

**1** 数列  $\{a_n\}$  に対してつぎのように定められる数列  $\{b_n\}$  を  $\{a_n\}$  の階差数列という.

$$b_n = a_{n+1} - a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$\{b_n\}$  の階差数列を  $\{c_n\}$  とし,  $\{c_n\}$  の階差数列を  $\{d_n\}$  としよう. いま

$$a_1 = 1, \quad b_1 = 2, \quad c_1 = 4$$

であり,  $d_n$  はすべて 8 に等しいとする. このとき

$$a_5 = \boxed{\begin{smallmatrix} (101) & (102) \end{smallmatrix}}, \quad a_6 = \boxed{\begin{smallmatrix} (103) & (104) & (105) \end{smallmatrix}}, \quad a_7 = \boxed{\begin{smallmatrix} (106) & (107) & (108) \end{smallmatrix}}$$

であり, 一般に

$$a_n = \frac{1}{3} \left( \boxed{\begin{smallmatrix} (109) & (110) \end{smallmatrix}} n^3 - \boxed{\begin{smallmatrix} (111) & (112) \end{smallmatrix}} n^2 + \boxed{\begin{smallmatrix} (113) & (114) \end{smallmatrix}} n - \boxed{\begin{smallmatrix} (115) & (116) \end{smallmatrix}} \right) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

である.

2  $n$  を正の整数とし, 正数  $a$  の  $n$  乗を計算するとき, 単純には  $n - 1$  回のかけ算をおこなえばよいが, 公式

$$a^{pq} = (a^p)^q$$

を用いるとより効率的に計算することができる. たとえば,  $3^{10}$  の計算は, 単純に計算すると 9 回のかけ算が必要になるが

$$3^{10} = (3^2)^5 = 9^5 = 9 \times 9^4 = 9 \times (9^2)^2 = 9 \times 81^2 = 9 \times 6561 = 59049$$

とすれば, 4 回のかけ算で計算することができる.

つぎのプログラムは, 正数  $A$  と正の整数  $N$  を入力したとき,  $A$  の  $N$  乗を計算するものである. プログラムの空欄に入るもっとも適切な選択肢を選び, その番号を答えなさい.

```
100 INPUT A
110 INPUT N
120 LET X = 

|       |       |
|-------|-------|
| (201) | (202) |
|-------|-------|


130 IF N = 0 THEN GOTO 190
140 IF INT(N / 2) = 

|       |       |
|-------|-------|
| (203) | (204) |
|-------|-------|

 THEN GOTO 

|       |       |
|-------|-------|
| (205) | (206) |
|-------|-------|


150 LET X = 

|       |       |
|-------|-------|
| (207) | (208) |
|-------|-------|


160 LET N = 

|       |       |
|-------|-------|
| (209) | (210) |
|-------|-------|


170 LET A = 

|       |       |
|-------|-------|
| (211) | (212) |
|-------|-------|


180 GOTO 

|       |       |
|-------|-------|
| (213) | (214) |
|-------|-------|


190 PRINT X
200 END
```

[選択肢]

- |              |                          |              |              |
|--------------|--------------------------|--------------|--------------|
| (10) 0       | (11) 1                   | (12) 2       | (13) 130     |
| (14) 140     | (15) 150                 | (16) 160     | (17) 170     |
| (18) 180     | (19) 190                 | (20) $A * N$ | (21) $A * A$ |
| (22) $A * X$ | (23) $A * 2$             | (24) $N + 1$ | (25) $N - 1$ |
| (26) $N * 2$ | (27) $\text{INT}(N / 2)$ | (28) $N / 2$ | (29) $X * X$ |
| (30) $X * 2$ |                          |              |              |