

I 次の にあてはまる最も適当な数または式を解答欄に記入しなさい。

(1) 等差数列 $\{a_n\}$ は、初項から第 5 項までの和は 50 で、 $a_5 = 16$ であるとする。

このとき、一般項 a_n は、 $a_n =$ (ア) となり、初項から第 n 項までの和

S_n は、 $S_n =$ (イ) となる。

(2) $(x+1)^8(x-1)^4$ を展開したとき、 x^{10} の項の係数は (ウ) である。

また、 $(x^2+x+1)^6$ を展開したとき、 x^{10} の項の係数は (エ) である。

(3) 三角形 ABC において、 $\angle A = 60^\circ$ 、 $AB = 6$ 、 $AC = 7$ のとき、三角形 ABC の

面積 S は $S =$ (オ) 、辺 BC の長さは $BC =$ (カ) 、三角形 ABC

の外接円の半径 R は $R =$ (キ) である。

(4) 12^n の正の約数の個数が 28 個となるような自然数 n は、 $n =$ (ク) で

ある。

Ⅱ 次の にあてはまる最も適当な数または式などを解答欄に記入しなさい。

- (1) 座標平面上に曲線 $C_1: y = x^2 - 1$ がある。 x 軸に関して C_1 に対称な曲線を C_2 とすると、 C_2 を表す方程式は (ケ) である。

$0 \leq a \leq 1$ とするとき、 $-a \leq x \leq a$ において、曲線 C_2 と直線 $y = a^2 - 1$ 、および 2 直線 $x = -a$, $x = a$ で囲まれた図形の面積 $S(a)$ は、

$$S(a) = \text{ (コ) }$$

となる。 $S(a)$ は、 $a = \text{ (サ) }$ のとき最大値 (シ) をとる。

- (2) 関数 $f(x) = 8^x - 6 \cdot 4^x + 5 \cdot 2^x$ を考える。 $f(x) = -12$ を満たす実数 x をすべて求めると、 $x = \text{ (ス) }$ となる。また、方程式 $f(x) = k$ が 3 つの実数解をもつような定数 k の値の範囲は、 (セ) $< k < \text{ (ソ) }$ である。

Ⅲ 次の にあてはまる最も適当な数を解答欄に記入しなさい。

それぞれ K, E, I, O という文字の書かれた 4 枚のカードがある。その中から無作為に 1 枚のカードを取り出し、文字を確認してからカードを元に戻すことを 4 回繰り返す。

- (1) 1 回目と 2 回目に取り出すカードの文字が異なる確率は (タ) である。
- (2) 3 回目までに取り出すカードの文字がすべて異なる確率は (チ) である。
- (3) 4 回目までに、K と書かれたカードを 2 回、O と書かれたカードを 2 回取り出す確率は (ツ) である。
- (4) 4 回目までに取り出すカードの文字が 2 種類である確率は (テ) である。
- (5) 4 回目までに取り出したカードの文字が X 種類であるとするとき、 X の期待値は (ト) である。

IV 座標空間の原点を O とし、座標空間内に 4 点 $A(1, 3, 3)$, $B(1, 1, 2)$, $C(2, 3, 2)$,

$P(t, t, t)$ をとる。ただし t は実数である。以下の問いに答えなさい。

(1) $t \neq 0$ とするとき、 \overrightarrow{AP} と \overrightarrow{OP} が直交するような t の値を求めなさい。

(2) $AP^2 + BP^2 + CP^2$ が最小となるような t の値を求めなさい。

(3) 4 点 A, B, C, P が 1 つの平面に含まれるような t の値を求めなさい。

V 次の設問に答えなさい。

(1) 有理数の定義を書きなさい。

(2) 次のそれぞれの命題の真偽を解答用紙の所定の欄に記入し，真の場合はそれを証明し，偽の場合はその理由を述べなさい。

(a) $\sqrt{5}$ は無理数である。

(b) r, s がともに有理数ならば，積 rs は有理数である。

(c) α が無理数で， r が 0 でない有理数ならば，積 αr は無理数である。

(d) α, β がともに無理数ならば，積 $\alpha\beta$ は無理数である。