I　半径 1 の球が平面の上に接している. 平面との接点を O とし, O を球の南極点とみなしたときの球の北極点を N とする. 平面上に点 A を OA = 3 となるようにとる. また点 B を OB = 4 であり, 直線 OA と直線 OB が直交するようにとる.

点 N と平面上の点 P を結ぶ直線が球面と交わる 2 点の内, N と異なる点を P′ とする. このとき N と A′, B′ の距離はそれぞれ

$$\mathrm{NA}' = \frac{\boxed{(1)}\boxed{(2)}}{\sqrt{\boxed{(3)}\boxed{(4)}}}, \quad \mathrm{NB}' = \frac{\boxed{(5)}\boxed{(6)}}{\sqrt{\boxed{(7)}\boxed{(8)}}}$$

である. 点 P が直線 AB 上を動くとき, P′ は直径

$$\frac{\boxed{(9)}\boxed{(10)}}{\sqrt{\boxed{(11)}\boxed{(12)}}}$$

の円を動く.

II　A, B, C の 3 人が協力して仕事を完成した場合は 120 万円の報酬をもらえる．しかし A, B の 2 人が協力して仕事を完成した場合は 60 万円の報酬に, A, C の 2 人が協力して仕事を完成した場合は 20 万円の報酬に減額される．さらに B, C の 2 人が協力して仕事を完成した場合や各人が単独で仕事を完成した場合は報酬はもらえない．

実際は 3 人が協力して仕事を完成し, 120 万円の報酬を得たが, この報酬を 3 者間でいかに配分したらよいかを考えた．

A, B, C 各人の配分額をそれぞれ x, y, z とすれば

$$x + y + z = 120, \quad x \geqq 0, y \geqq 0, z \geqq 0$$

である．たとえば $(x, y, z) = (40, 10, 70)$ としてみる．もし A, B の 2 人が仕事を完成したとすれば 60 万円の報酬であるが, この配分では A, B は 50 万円の報酬を得る．したがって A, B にとっては $60 - 50 = 10$（万円）の不満である．そして A, C にとっては $20 - 110 = -90$ の不満である．B, C にとっては $-\boxed{(13)}\boxed{(14)}$ の不満, A にとっては $-\boxed{(15)}\boxed{(16)}$ の不満, B にとっては $-\boxed{(17)}\boxed{(18)}$ の不満, C にとっては $-\boxed{(19)}\boxed{(20)}$ の不満である．この場合, 2 人あるいは単独で仕事を完成した場合と比較すると最大の不満は 10, 2 番目に大きな不満は $-\boxed{(21)}\boxed{(22)}$, 3 番目に大きな不満は $-\boxed{(23)}\boxed{(24)}$ である．

さて配分 (x, y, z) を考える方針として, 各配分に対して, 2 人あるいは単独で仕事を完成した場合と比較して上述のように不満を計算する．そして最大の不満がより小さい配分が好ましいとする．ただし最大の不満が同じ場合は 2 番目に大きな不満, それが同じであれば 3 番目の不満といった具合に比較する．

もっとも好ましい配分に対する最大の不満を M とすると, $M = -\boxed{(25)}\boxed{(26)}$ であることが分かる．最大の不満が M である配分に対して 2 番目に大きな不満を M' とすると, $M' = -\boxed{(27)}\boxed{(28)}$ であることが分かる．以上のことからもっとも好ましい配分は

$$x = \boxed{(29)}\boxed{(30)}, \ y = \boxed{(31)}\boxed{(32)}, \ z = \boxed{(33)}\boxed{(34)}$$

である．

III　関数 $f(x) = x(x-1)(x-3)(x-4)$ は $0 \leqq x \leqq 4$ の範囲において,

$x = \boxed{(35)}$ で最大値 $\boxed{(36)}$ をとり, $x = \dfrac{\boxed{(37)} \pm \sqrt{\boxed{(38)}\boxed{(39)}}}{\boxed{(40)}}$ で最小値 $-\dfrac{\boxed{(41)}}{\boxed{(42)}}$ をとる.

IV (1) 自然数 $a = \boxed{(43)}$, $b = \boxed{(44)}$ は

$$\frac{31}{99} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{11ab}$$

をみたす. ただし $a < b$ とする.

(2) 4人でプレーするゲームの大会がある. 全部で v 人のプレーヤがゲームを繰り返し行い, 各プレーヤーは他のすべてのプレーヤーと必ず1回だけ対戦する.

この大会の総ゲーム数を b とし, 各プレーヤは r 回のゲームに参加するとする. たとえば $r = 1$ のとき, $v = \boxed{(45)}$, $b = \boxed{(46)}$ であるが, $r = 2,\ 3$ のときは条件をみたす大会は成立しない. $r = 4$ のとき, $v = \boxed{(47)}\boxed{(48)}$, $b = \boxed{(49)}\boxed{(50)}$ である.

V　つぎの **1**, **2** のうち, いずれか1問を選択し答えなさい. **1** を選択する場合, 解答用紙の V–1 をマークし, **2** を選択する場合, V–2 をマークしなさい.

1　集合 $\{1, 2, 3, \cdots, n\}$ の部分集合の中で, 連続する自然数を含まない部分集合の個数を $f(n)$ とする. ただし空集合は連続する自然数を含まない部分集合とする. たとえば $n = 4$ のとき, $\{1, 3, 4\}$ は連続する自然数を含む部分集合, $\{2\}$ や $\{1, 3\}$ は連続する自然数を含まない部分集合である. このとき $f(1) = \boxed{(101)}$, $f(2) = \boxed{(102)}$, $f(3) = \boxed{(103)}$ となる. $n \geqq 3$ のとき

$$f(n) = f(n-1) + \boxed{(104)}\, f(n - \boxed{(105)})$$

である. $f(10) = \boxed{(106)}\boxed{(107)}\boxed{(108)}$ となる.

2　次のプログラムは与えられた2以上の自然数Aが素数か判定し，素数であれば「Aは素数」と印字し，合成数であれば素因数とその個数を求めるものである．

解答欄には選択肢から空欄に入れるもっとも適切なものを選び，その番号を答えなさい．

```
100 INPUT A
110 FOR K=2 TO A-1
120 LET R=MOD(A, K)
130 IF R=0 THEN GOTO [(201)|(202)]
140 NEXT K
150 PRINT A;" は素数 "
160 GOTO [(203)|(204)]
170 LET B=2
180 LET P=0
190 LET R=MOD(A, B)
200 IF R=0 THEN LET P=P+1 ELSE GOTO [(205)|(206)]
210 LET A=A/B
220 GOTO [(207)|(208)]
230 IF P=0 THEN GOTO [(209)|(210)]
240 PRINT B;" が ";P;" 個 "
250 LET B=B+1
260 IF A>=B THEN GOTO [(211)|(212)]
270 END
```

[選択肢]

(10)	100	(11)	110	(12)	120
(13)	130	(14)	140	(15)	150
(16)	160	(17)	170	(18)	180
(19)	190	(20)	200	(21)	210
(22)	220	(23)	230	(24)	240
(25)	250	(26)	260	(27)	270

平成24(2012)年度　環境情報学部　問題訂正

教科・科目	誤	→	正
数学	p.8　Ⅳ(2)　1行目と3行目 プレーヤ	→	p.8　Ⅳ(2)　1行目と3行目 プレーヤー