

I 次の  にあてはまる最も適当な数を解答欄に記入しなさい。

(1)  $20^{10}$  の正の約数は全部で  (ア) 個ある。

(2)  $2 < \log_a 900 < 6$  を満たすような 2 以上の自然数  $a$  は全部で  (イ) 個ある。

(3) 整数の組  $(p, q)$  のうち、2 次方程式  $x^2 - 2px + 13 = 0$  の解の 1 つが  $p + qi$  であるような組  $(p, q)$  は全部で  (ウ) 個ある。ただし、 $i$  は虚数単位とする。

(4) 100 以下の自然数  $m$  のうち、2 次方程式  $x^2 - x - m = 0$  の 2 つの解がともに整数であるような  $m$  は全部で  (エ) 個ある。

(5) 3 次方程式  $x^3 - 3x^2 - 9x - k = 0$  が異なる 3 つの実数解をもつような整数  $k$  は全部で  (オ) 個ある。

Ⅱ 次の  にあてはまる最も適当な数または式を解答欄に記入しなさい。

- (1) 多項式  $P(x)$  を  $x^3+1$  で割ったときの余りが  $2x^2+13x$  であった。このとき、 $P(x)$  を  $x+1$  で割ったときの余りは  (カ) である。また、 $P(x)$  を  $x^2-x+1$  で割ったときの余りは  (キ) である。

- (2) 数列  $\{a_n\}$  の初項から第  $n$  項までの和  $S_n$  が、

$$S_n = n^3 + 2012$$

で与えられるとする。この数列  $\{a_n\}$  の初項  $a_1$  は  $a_1 =$   (ク) である。

また、2以上の自然数  $n$  に対して、 $a_n$  を  $n$  を用いて表すと  $a_n =$   (ケ) となる。

- (3)  $a > 1$  とし、三角形 ABC で  $AB=2$ ,  $BC=a$ ,  $\angle A=30^\circ$  であるようなものについて考える。このとき  $k =$   (コ) として、 $1 < a < k$  の場合はこのような三角形は2つ存在するが、 $a \geq k$  の場合はこのような三角形は1つしか存在しない。また  $a \geq k$  の場合、AC の長さを  $a$  を用いて表すと  $AC =$   (サ) となる。

- (4) 3個のさいころを同時に投げるとき、出る目の数の積が3の倍数になる確率は  (シ) であり、出る目の数の積が15の倍数になる確率は  (ス) である。

- (5) 実数  $x, y$  が2つの不等式

$$x^2 + y^2 \leq 25, \quad x - 2y \geq 5$$

を同時に満たすとき、 $y - 2x$  の最大値は  (セ) であり、最小値は  (ソ) である。

Ⅲ 次の  にあてはまる最も適当な数を解答欄に記入しなさい。

円に内接する四角形 ABCD において,

$$AB = 7\sqrt{2}, \quad BC = 8, \quad CD = \sqrt{2}, \quad \angle ABC = 45^\circ$$

とする。このとき, 対角線 AC の長さは  $AC =$   (タ) なので, 四角形 ABCD

が内接している円の半径  $R$  は  $R =$   (チ) である。また, 辺 AD の長さは

$AD =$   (ツ) なので, 四角形 ABCD の面積  $S$  は  $S =$   (テ) である。

さらに, 対角線 BD の長さは  $BD =$   (ト) である。

IV 座標空間の原点を  $O$  とし、座標空間内に 3 点  $A(1, 0, 0)$ ,  $B(0, 0, 1)$ ,  $C(1, 1, 1)$  をとる。また  $0 < s < 1$ ,  $0 < t < 1$  とし、線分  $AB$  を  $s : (1-s)$  に内分する点を  $P$ , 線分  $OC$  を  $t : (1-t)$  に内分する点を  $Q$  とする。

以下の問いに答えなさい。

(1) 2 点  $P$ ,  $Q$  の座標を、それぞれ  $s$ ,  $t$  を用いて表しなさい。

(2)  $s = \frac{1}{4}$ ,  $t = \frac{1}{2}$  のときの  $\angle APQ$  の大きさを  $\theta$  とする。

このとき  $\cos \theta$  の値を求めなさい。ただし、 $0^\circ < \theta < 180^\circ$  とする。

(3) 線分  $PQ$  の長さを  $\ell$  とする。このとき  $s$ ,  $t$  が、それぞれ  $0 < s < 1$ ,  $0 < t < 1$  の範囲を動くときの  $\ell$  の最小値を求めなさい。

V 以下の問いに答えなさい。

- (1) 2 次関数  $y = x^2 - 1$  と 1 次関数  $y = x + 1$ ,  $y = -2x$  の 3 つのグラフを解答

用紙の所定の欄にかきなさい。

- (2) 次の連立不等式の表す図形の面積を  $S_1$  とする。

$$\begin{cases} y \geq x^2 - 1 \\ y \leq x + 1 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

このとき  $S_1$  の値を求めなさい。

- (3) 次の連立不等式の表す図形の面積を  $S_2$  とする。

$$\begin{cases} y \geq x^2 - 1 \\ x \geq 0 \\ y \leq -2x \end{cases}$$

このとき  $S_2$  の値を求めなさい。