

I 為替レートが 1 ドル =  $x$  ユーロ, 1 ドル =  $y$  円の時

$$L = c_1 + c_2x + c_3y$$

とする.  $c_1, c_2, c_3$  は正の数である. このとき  $\frac{c_1}{L}, \frac{c_2x}{L}, \frac{c_3y}{L}$  をそれぞれドル, ユーロ, 円の構成比とよぶ.

ある時刻  $t_0$  で 1 ドル = 1 ユーロ, 1 ドル = 100 円で,  $L$  の値は 10 であった. すなわち

$$10 = c_1 + c_2 \times 1 + c_3 \times 100 \quad \cdots \cdots (*)$$

である. またドル, ユーロ, 円の構成比は  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}$  であった. よって

$$c_1 = \boxed{\begin{smallmatrix} (1) \end{smallmatrix}}, \quad c_2 = \frac{\boxed{\begin{smallmatrix} (2) & (3) \end{smallmatrix}}}{\boxed{\begin{smallmatrix} (4) & (5) \end{smallmatrix}}}, \quad c_3 = \frac{\boxed{\begin{smallmatrix} (6) & (7) \end{smallmatrix}}}{\boxed{\begin{smallmatrix} (8) & (9) \end{smallmatrix}}}$$

である.

つぎの時刻  $t_1$  で 1 ドル = 1.5 ユーロ, 1 ドル = 120 円であった.  $c_1, c_2, c_3$  が時刻  $t_0$  のときと変化しなければ  $L$  の値は  $\frac{\boxed{\begin{smallmatrix} (10) & (11) \end{smallmatrix}}}{\boxed{\begin{smallmatrix} (12) & (13) \end{smallmatrix}}}$  である.

実際は時刻  $t_1$  で  $c_1$  は変化せず,  $c_2, c_3$  は変化したので  $L$  の値は 12 であった. 時刻  $t_1$  でも  $c_2, c_3$  は (\*) をみたすとしたとき, 時刻  $t_1$  でのユーロの構成比は  $\frac{\boxed{\begin{smallmatrix} (14) & (15) \end{smallmatrix}}}{\boxed{\begin{smallmatrix} (16) & (17) \end{smallmatrix}}}$  である.

## II

(1) ある委員会ではつぎのルールに従って投票を行う。4つの政党 A, B, C, D には各政党に所属する委員の数に応じて A は 4 票, B は 3 票, C は 2 票, D は 1 票が割り当てられている。議案ごとに各政党は賛成か反対かのいずれかに、割り当てられた票のすべてを投じる。過半数を超える 6 票以上の賛成を得た議案が可決され、そうでない場合は否決される。

各議案に対して各政党は賛成か反対かを明らかにしている。ある政党 X が投票態度を賛成から反対へあるいは反対から賛成に変え、X 以外の政党は投票態度を変えない場合を考える。このとき議案が可決から否決へあるいは否決から可決へ変わるとき、その政党 X は「スイング」とよばれる。各議案ごとに 4 つの政党の賛成・反対の組み合わせは全部で  $\boxed{(18)}\boxed{(19)}$  通りである。その中で各政党がスイングとなる場合の数は

A 党  $\boxed{(20)}\boxed{(21)}$  通り, B 党  $\boxed{(22)}\boxed{(23)}$  通り, C 党  $\boxed{(24)}\boxed{(25)}$  通り, D 党  $\boxed{(26)}\boxed{(27)}$  通り

(2) (1) の場合のルールに加えて議案が可決されるためには A 党の賛成を必要とする。このとき各政党がスイングとなる場合の数は

A 党  $\boxed{(28)}\boxed{(29)}$  通り, B 党  $\boxed{(30)}\boxed{(31)}$  通り, C 党  $\boxed{(32)}\boxed{(33)}$  通り, D 党  $\boxed{(34)}\boxed{(35)}$  通り

(3) (1) の場合のルールに加えて議案が可決されるためには C 党あるいは D 党の賛成を必要とする。このとき各政党がスイングとなる場合の数は

A 党  $\boxed{(36)}\boxed{(37)}$  通り, B 党  $\boxed{(38)}\boxed{(39)}$  通り, C 党  $\boxed{(40)}\boxed{(41)}$  通り, D 党  $\boxed{(42)}\boxed{(43)}$  通り

III 2 次関数  $y = f(x)$  のグラフは点  $P(0, 5)$  と点  $Q(2, 3)$  を通り,  $P$  における接線の傾きは  $-3$  である. このとき  $Q$  における接線は

$$y = \boxed{(44)} x + \boxed{(45)}$$

である.

$P$  における接線と  $Q$  における接線と  $y = f(x)$  のグラフで囲まれる部分の面積は

$$\frac{\boxed{(46)}}{\boxed{(47)}}$$

である. また  $P, Q$  を通る直線と  $y = f(x)$  のグラフで囲まれる部分の面積は

$$\frac{\boxed{(48)}}{\boxed{(49)}}$$

である.

## IV

(1)  $3x^2 - 2xy + 2y^2 = 2010$  をみたす自然数の組  $(x, y)$  を求める. このとき

$\boxed{50} x^2 + (\boxed{51} x - \boxed{52} y)^2 = 4020$  などを利用すると見つけやすい. 求める組  $(x, y)$  は  $y$  の小さい順に

$$(\boxed{53}\boxed{54}, \boxed{55}\boxed{56}), (\boxed{57}\boxed{58}, \boxed{59}\boxed{60}), (\boxed{61}\boxed{62}, \boxed{63}\boxed{64})$$

である.

(2)  $V$  を 4 面体とし, 6 辺の 1 つを  $\ell$  とする.  $\ell$  の端点を  $I, J$  とする.  $V$  の頂点で  $\ell$  の端点でないものを  $P, Q$  とし,  $PQ$  の中点を  $C$  とする. さらに  $PI$  と  $PJ$  の中点をそれぞれ  $A, B$  とし,  $QI$  と  $QJ$  の中点をそれぞれ  $D, E$  とする. このとき三角形  $ABP, CDE$ , 四角形  $ABED, PADC, PBEC$  で囲まれる三角柱の体積が 6 であれば,  $V$  の体積は  $\boxed{65}\boxed{66}$  である.

V つぎの **1**, **2** のうち, いずれか1問を選択し答えなさい. **1** を選択する場合, 解答用紙の V-1 をマークし, **2** を選択する場合, V-2 をマークしなさい.

**1** 自然数  $n$  に対して

$$\sum_{r=0}^n {}_nC_r = \boxed{\phantom{000}}^{(101)} n$$

$$\sum_{r=0}^n r {}_nC_r = n \boxed{\phantom{000}}^{(102)} n - \boxed{\phantom{000}}^{(103)}$$

$$\sum_{r=0}^n r(r+1) {}_nC_r = n(n + \boxed{\phantom{000}}^{(104)}) \boxed{\phantom{000}}^{(105)} n - \boxed{\phantom{000}}^{(106)}$$

となる.  $\sum_{r=0}^n r(r+1) {}_nC_r \geq 10000$  となる最小の  $n$  は  $\boxed{\phantom{000}}^{(107)} \boxed{\phantom{000}}^{(108)}$  である.

**2** 温度の単位としては摂氏 ( $^{\circ}C$ ) と華氏 ( $^{\circ}F$ ) が広く用いられている。摂氏では水の融点を  $0^{\circ}C$  とし沸点を  $100^{\circ}C$  としている。また華氏では水の融点を  $32^{\circ}F$  とし沸点を  $212^{\circ}F$  としている。つぎのプログラムは摂氏温度と華氏温度の変換を行なうものである。最初に摂氏と華氏のどちらからどちらに変換するかを決めてもらい、1 が入力されると摂氏温度を華氏温度に変換し、2 が入力されると華氏温度を摂氏温度に変換する。また 0 が入力されると終了する。

解答欄には空欄に入れる数字を答えなさい。

```

100 INPUT PROMPT "(1) 摂氏から華氏へ (2) 華氏から摂氏へ": A
110 IF A = 0 THEN GOTO 270
120 IF A = 1 THEN GOTO (201)(202)(203)
130 IF A = 2 THEN GOTO (204)(205)(206)
140 GOTO 100

150 INPUT PROMPT "摂氏温度を入力して下さい": X
160 LET X = X * (207)
170 LET X = X / (208)
180 LET X = X + (209)(210)
190 PRINT "華氏温度は "; X
200 GOTO 100

210 INPUT PROMPT "華氏温度を入力して下さい": X
220 LET X = X - (211)(212)
230 LET X = X * (213)
240 LET X = X / (214)
250 PRINT "摂氏温度は "; X
260 GOTO 100
270 END

```