

物 理

1. 以下の文章中の の(ア)～(コ)に適切な式を記入しなさい。ただし(ク)には適切な不等号(\leq または \geq)も記入しなさい。

図1, 2のように, 半径 R の半円筒面を有する質量 M の台が水平でなめらかな床に静かに置かれている。質量 m の小球は床の上を進み, そのあと台の円筒面を上る。円筒の最上点を A, 円筒の中心を O とする。円筒面はなめらかで, 床と円筒面はなめらかに接続しており, 小球と台は紙面に垂直な方向には運動しないものとする。

図1のように台は床に固定された鉛直な壁に接して置かれており, 台と壁が接している面はともになめらかである。小球は円筒面から離れることなく点 A まで上り, この間, 台の全底面と床は接したままだった。点 B での小球の速さを v とすると, 円運動する小球が受ける向心力の大きさは (ア) である。この向心力は, 小球が受ける重力の BO 方向の分力と, 小球が円筒面から受ける抗力との合力である。したがって, 重力加速度の大きさを g , $\angle AOB = \theta$ とすると抗力の大きさ N は, $N =$ (イ) である。このとき, 台が小球から受ける力を考えると, その鉛直方向の分力の大きさ F は, N と θ を使って, $F =$ (ウ) と表される。小球の初速度は図1のように右向きでその大きさは v_0 であった。小球の力学的エネルギーが保存されることを用いて $N =$ (イ) から v を消去すると, $N =$ (エ) が得られる。(エ) は $\cos \theta = 1$ で最小値をとり, また, 小球が円筒面から離れることなく点 A に達したことから, $v_0 \geq$ (オ) であったことがわかる。

(カ)～(ク)の解答にあたっては, 小球の初速度が $v_0 = \sqrt{6gR}$ で, 小球が円筒面を上る間, 台の全底面は床と接したままであったとする。この小球が点 B を通過するときの F は, $N =$ (エ) と $v_0 = \sqrt{6gR}$ により, v と v_0 を使わずに, $F =$ (カ) と表すことができる。(カ) は $\cos \theta =$ (キ) で最大値をとる。また, 台の全底面が床と接したままであったことから, 台が受ける力の鉛直方向成分を考えると, 小球の質量 m が不等式 (ク) を満たしていたことがわかる。

次に図2のように壁を取り除いた場合を考えよう。速度は右向きを正とする。最初, 台は静止していた。初速度が u_0 の小球は, 台の円筒面を点 C まで上り, そこから円筒面を下った。なお $\angle AOC = \alpha$ (ただし $\frac{\pi}{2} \leq \alpha < \pi$) とする。小球が点 C に達したとき, 床に対する台の速度は V だった。小球と台をあわせた全運動量が保存されることを用いると $V =$ (ケ) が得られる。そのあと小球は円筒面を下り, 台から離れた。このときの床に対する台の速度は (コ) である。

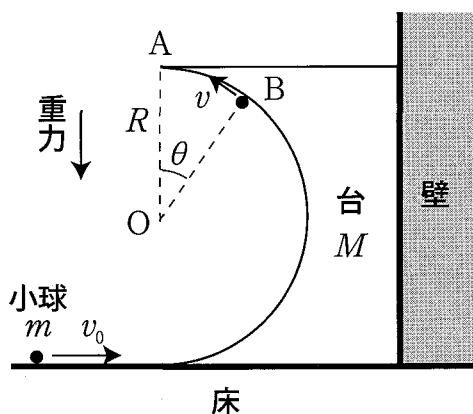


図1

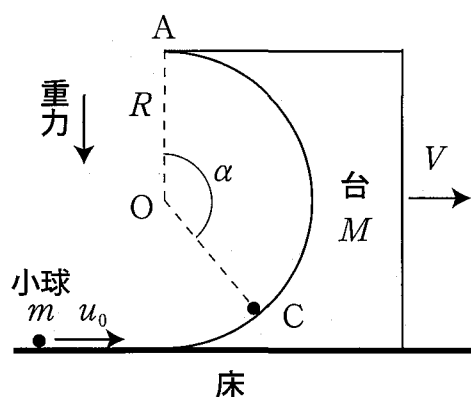


図2

2. 以下の文章中の の (ア)～(エ) には適切な式を, (オ)～(キ) には適切な有効数字 2 桁の数値と単位を記入しなさい。記入にあたっては, 例えば 5.3×10^2 [m/s] ではなく, 5.3×10^2 m/s のように単位に [] をつけなくてよい。また (イ)～(エ) の解答には v と v_{\max} を使ってはならない。

図1のような金属でできた断面積 S , 長さ L の円柱導体の両端に電圧 V を加えた。このとき, 導体中の自由電子の運動について次のように考えてみよう。すべての自由電子は図1のように同じ速さ v で円柱の軸方向に運動しているとする。電流の大きさは単位時間あたりに導体の断面を通過する電気量で表される。したがって自由電子の電荷を $-e$, 単位体積中の自由電子の数を n とすると, 図1の電流の大きさは (ア) となる。

電流について別の考え方をしてみよう。導体の両端に電圧 V を加えると, 導体内には強さ (イ) の電場ができるため, 自由電子は電気力を受ける。はじめ静止していた質量 m の自由電子は, 図2のように, 時間 T のあいだ加速される。この自由電子は電場と逆向きの速さが最大値 $v_{\max} = \text{(ウ)}$ に達したところで金属イオンなどと衝突して静止する。このような加速と静止を図2のようにくり返すと自由電子の平均の速さは $\frac{v_{\max}}{2}$ となり, これが図1の v と等しいとしよう。この仮定および (ア) と (ウ) を用いると, オームの法則から, 導体の抵抗は v と v_{\max} を使わずに (エ) と表される。抵抗で発生したジュール熱により導体の温度が上昇すると金属イオンの振動が激しくなる。このため自由電子との衝突が頻繁に起こり, 時間 T が短くなって導体の抵抗は変化する。

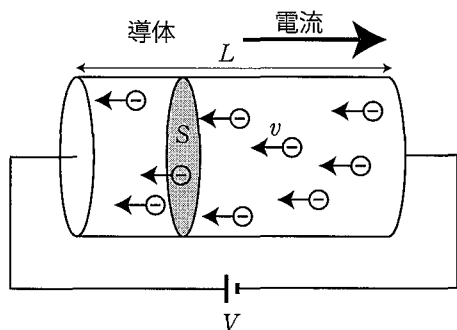


図1

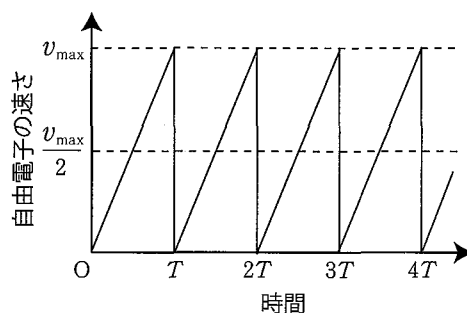


図2

白熱電球中の導体 (フィラメント) の抵抗が温度に依存することを図3の回路を使って調べた。このときの室温は 300 K で, 抵抗器と可変抵抗器の温度変化は考えなくてよい。図4は, フィラメントに電圧を加えて充分な時間が経過した後, フィラメントで消費される電力とその温度 θ との関係を示すグラフである。直流電源の電圧を 100 V にして充分な時間が経過した後, 可変抵抗器の抵抗を $1.0 \times 10^3 \Omega$ にすると検流計 (電流計) に電流が流れなくなった。このとき, フィラメントの抵抗は (オ), 温度は (カ) である。次に, 直流電源の電圧を 0.10 V にして充分な時間が経過した後には, 可変抵抗器の抵抗が $1.0 \times 10^2 \Omega$ のとき検流計に電流が流れなくなった。このフィラメントの抵抗は, 温度が θ のとき $R_\theta = R_{300\text{K}} \times \{1 + \alpha \times (\theta - \theta_0)\}$ と表されるとする。ここで $R_{300\text{K}}$ はフィラメントの温度が 300 K のときの抵抗, α は抵抗の温度係数で, $\theta_0 = 300 \text{ K}$ である。上の 2 つの測定から, $\alpha = \text{(キ)}$ が得られる。

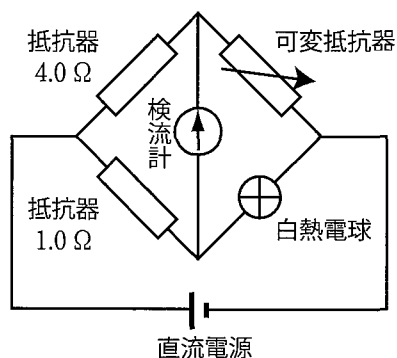


図3

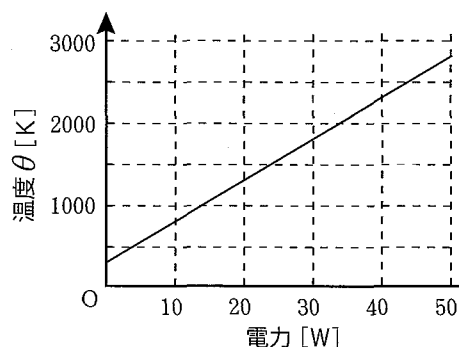


図4

3. 以下の 1) は波の屈折, 2) は波の重ね合わせに関する問題である。文章中の の (ア) と (イ) には適切な式を, (ウ) と (エ) には適切な数値を記入しなさい。(オ)～(キ)には波の変位のグラフを, 図2のように, 解答欄の横軸(位置)の範囲すべてにわたって実線でかきなさい。なお, 解答欄にはあらかじめ図2のグラフが破線でかきこまれているので, これを目盛の基準にして解答しなさい。次ページ(問題冊子5ページ)の図を下書きに使ってもよい。(ク)と(ケ)には選択肢(a)～(d)の中から適切なものを選び, その記号を記入しなさい。ただし同じ記号を2回選択してもよい。

1) 図1は水面波が伝わるようすを上から見た図である。左側ではこの水面波の速さがそれぞれ V_1 と V_2 である領域がまっすぐな境界で接している。水面波はこの境界に入射すると屈折する。このときの屈折角を θ_2 とすると, 入射角 θ_1 , V_1 , V_2 を使って, $\sin \theta_2 = \text{〔ア〕}$ となる。水面波が, その速さが V_k ($k=1, 2, 3, \dots$) の領域をつぎつぎに進むとそれぞれの境界で屈折が起こる。図1のように, 領域の境界は互いに平行な直線で, 速さ V_k の領域内を水面波が進む方向と境界線の垂線とのなす角度を θ_k とする。このとき, $\frac{\sin \theta_k}{V_k}$ は, V_1 と θ_1 を使って $\frac{\sin \theta_k}{V_k} = \text{〔イ〕}$ と表される。

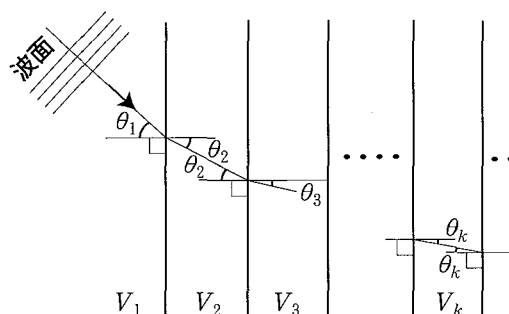


図1

ところで, 一般に水面波の速さ V は, 水深 h , 水の密度 ρ , 重力加速度の大きさ g , および波長で決まると推定される。しかし, 水深が充分浅いときは水面波の速さは波長に依存せず, $V = h^p \rho^q g^r$ となることがわかっている。単位の組み合わせを考慮すると p, q, r の数値はそれぞれ (ウ) となることが導かれる。

遠浅でまっすぐな海岸線に打ち寄せる水面波を考えよう。水の密度と重力加速度はどこでも一定であるとする。ある波面が進んできて, 海岸線から距離 100 m の位置に達し, そのあと 1 m の位置に達した。このとき, 水面波の進む方向と海岸線の垂線とのなす角度をそれぞれ $\phi_{100\text{m}}$ および $\phi_{1\text{m}}$ とする。水深は海岸線からの距離に比例するとし, (イ) と (ウ) を用いると, $\sin \phi_{1\text{m}} = \text{〔エ〕} \times \sin \phi_{100\text{m}}$ となる。このように考えれば, 波面は海岸線に近づくにつれて, 海岸線と平行に近づくことがわかる。

2) 周期 T , 波長 λ の正弦波を出し続ける波源 A があり, 図2には時刻 $t=0$ での波の位置と変位の関係を表すグラフがかかれている。発生した波は図2の横軸(位置)の正の向き(右向き)と負の向き(左向き)に伝わる。時刻 $t = \frac{T}{4}$ ではこのグラフは (オ) となる。

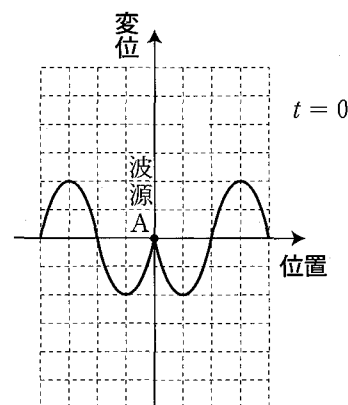


図2

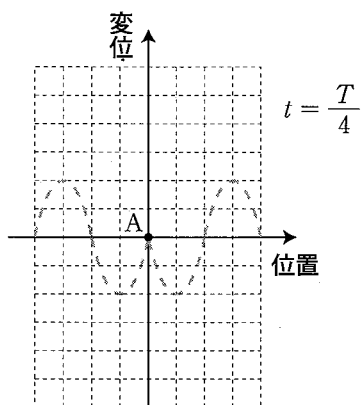
つぎに波源 A に加えて, 波源 B が波源 A から波長 λ だけ右にある場合を考える。波源 A から出た波は, 時刻 $t=0$ では図2のような位置と変位のグラフで表される。波源 B は, 波源 A と振幅, 周期, 位相が等しい振動をして正弦波を出している。波源 A, B ともに時刻 $t=0$ の充分以前から波を出し続けている。波源 A, B から発生した波の合成波の位置と変位のグラフは, 時刻 $t=0$ では (カ) となり, 時刻 $t = \frac{T}{4}$ では (キ) となる。

こんどは上記の波源 B が波源 A から $\frac{3}{2}\lambda$ だけ右にある場合を考える。このとき2つの波源 A, B から発生した波の合成波は, 波源 A と波源 B の間では (ク)。また, 波源 B の右側では (ケ)。

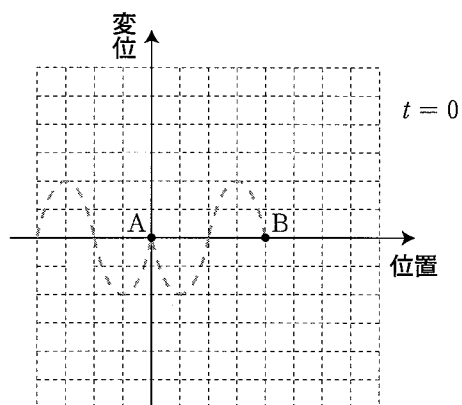
- | | | |
|-----------------|----------------|------------------|
| (ク) と (ケ) の選択肢: | (a) 左に進む進行波となる | (b) 右に進む進行波となる |
| | (c) 定常波となる | (d) 進行波も定常波もできない |

下書き用の図

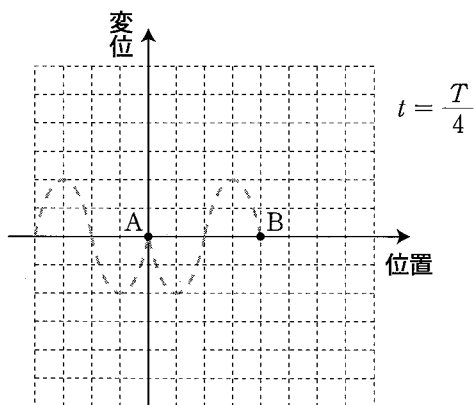
(オ)



(カ)



(キ)



(ク), (ケ) を解くにあたって下の図を使ってもよい。

