物　理　解答は解答用紙の所定の欄に記入すること。

I　放射線に関する以下の問に答えよ。

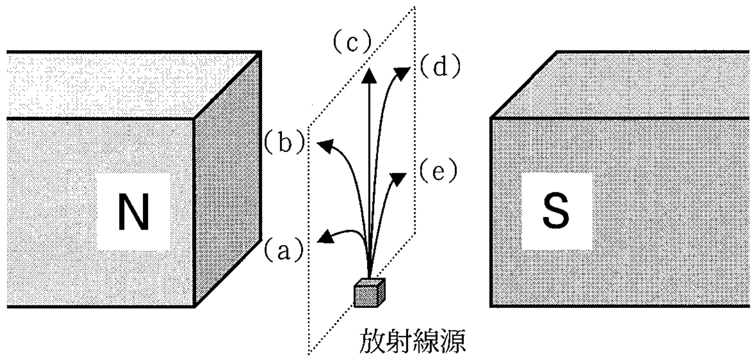
問1　以下の核反応式における空欄 ① ～ ④ を埋めよ。

$$^{18}_{9}\mathrm{F} \rightarrow {}^{18}_{\boxed{①}}\mathrm{O} + \boxed{\quad ② \quad} + \nu_e$$

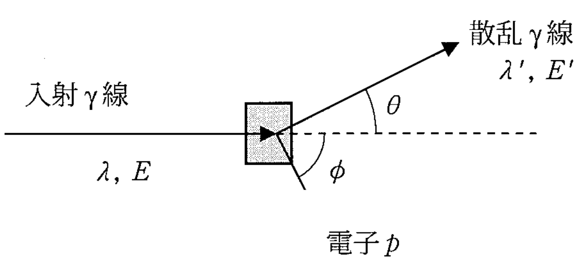
$$^{90}_{38}\mathrm{Sr} \rightarrow {}^{\boxed{③}}_{\boxed{④}}\mathrm{Y} + e^- + \bar{\nu}_e$$

問2　図のように放射線源と磁石を真空中に設置した。以下の ① ～ ④ の各放射線は鉛直上向きに飛びだし，(a)～(e)のいずれかの異なる進路を通った。このとき，各放射線の進路を(a)～(e)の記号で答えよ。

① α 線　　② β^+線　　③ β^-線　　④ γ 線



問3　γ 線が物質中に入射し，コンプトン効果により電子が散乱された。図のように入射 γ 線と散乱 γ 線の波長をそれぞれ，λ，λ'，エネルギーを E，E' とし，散乱された電子の質量を m，運動量を p とする。また，入射 γ 線の方向に対する散乱角を γ 線と電子でそれぞれ，θ，ϕ とし，プランク定数を h，光速を c とする。



（1）γ 線の入射方向とそれに直角な方向について運動量保存の法則を適用すると以下のようになる。λ，λ'，h を使って，空欄を埋めよ。

$$\boxed{\text{①}} = \boxed{\text{②}} \cos\theta + p\cos\phi$$

$$0 = \boxed{\text{②}} \sin\theta - p\sin\phi$$

（2） 散乱 γ 線のエネルギーは，

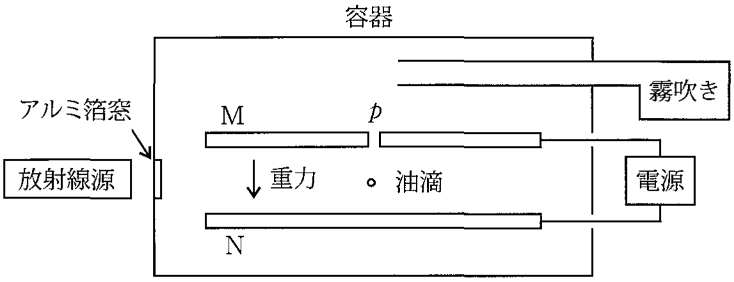
$$E' = \frac{E}{1 + \dfrac{E}{mc^2}(1 - \cos\theta)}$$

によって与えられる。この時，物質中で散乱された電子のエネルギーが最大になる角度 θ を求めよ。

（3） ^{137}Cs から発生する γ 線のエネルギーは 662 keV である。（2）の条件の場合，電子に与えられるエネルギーを keV 単位を使って有効数字 2 桁で求めよ。ここで，$mc^2 = 511$ keV とする。

Ⅱ　電気素量の測定に関する以下の問に答えよ。選択肢が与えられている場合は番号で答えよ。なお，上下方向に向きのある物理量は，正負の符号付き物理量として扱う。

20世紀の初頭，$\boxed{\text{（ア）}}$ は油滴を用いて電気素量の値を精密に測定する実験を行い，電気素量の存在とその値を示した。図に実験装置を示す。M，N は直径22cm の金属電極で，両者の間隔は16mm であり，電圧を加えることができる。M の中心には小さな孔 p があり，霧吹きにより生じた油滴が電極間に入るようになっている。手順1から5に従い測定を行い，求めた油滴の半径 r と電荷の大きさ $|q|$ を表に示す。



手順1　電極間の電圧をゼロにして油滴を電極間に入れたところ，油滴は一定速度 v_1 で落下した。

手順2　電場 E を加えたところ，この油滴の速度はすみやかに一定速度 v_2 になった。

手順3　容器に設けたアルミ箔窓の外に放射線源を置き，この油滴の電荷を変化させた。

手順4　手順2へ戻り，同一の油滴に対する v_2 を測定した。同一油滴に対して4回測定を行い，測定順に表に示した。

手順5　手順1へ戻り，異なる油滴に対して測定を行った。表に示した5個の油滴番号の順に測定を行った。

問1　$\boxed{\text{（ア）}}$ にあてはまる人名を答えよ。

問2　速度 v で運動する油滴に作用する空気抵抗 F_S は，

$$F_S = -krv \qquad (1)$$

により近似できる。ここで，k は空気抵抗を表す正の係数である。空気中では，ばらばらな分子が乱雑に運動しているが，油滴の半径が十分に大きいとき，空気はなめらかな流体と見なすことができ，式（1）が成立する。

手順1において，油滴に作用する力は空気抵抗と重力であり，空気による浮力は無視する。油の密度を ρ，重力加速度を g，円周率を π として，油滴の半径 r を求めよ。

① $\sqrt{\dfrac{3kv_1}{8\pi\rho g}}$　② $\sqrt{\dfrac{-3kv_1}{8\pi\rho g}}$　③ $\sqrt{\dfrac{3kv_1}{4\pi\rho g}}$　④ $\sqrt{\dfrac{-3kv_1}{4\pi\rho g}}$

⑤ $\sqrt{\dfrac{3kv_1}{2\pi\rho g}}$　⑥ $\sqrt{\dfrac{-3kv_1}{2\pi\rho g}}$　⑦ $\sqrt{\dfrac{3kv_1}{\pi\rho g}}$　⑧ $\sqrt{\dfrac{-3kv_1}{\pi\rho g}}$

問 3　手順 2 において，油滴に作用する力は重力，空気抵抗，静電気力とする。油滴の電荷 q を v_1，v_2 を用いて表せ。

① $\dfrac{kr(v_1+v_2)}{2E}$　② $\dfrac{kr(v_1-v_2)}{2E}$　③ $\dfrac{kr(-v_1+v_2)}{2E}$　④ $\dfrac{kr(-v_1-v_2)}{2E}$

⑤ $\dfrac{kr(v_1+v_2)}{E}$　⑥ $\dfrac{kr(v_1-v_2)}{E}$　⑦ $\dfrac{kr(-v_1+v_2)}{E}$　⑧ $\dfrac{kr(-v_1-v_2)}{E}$

問 4　手順 3 における放射線源として最も適しているものを一つ答えよ。

① 赤外線　② 紫外線　③ ガンマ線　④ アルファ線　⑤ ニュートリノ線

問 5　電極 MN 間に 3000 V の電圧を加えたときの電極間の電場の大きさを有効数字 2 桁で求めよ。

問 6　表に示した油滴 1 から 5 に対する測定結果を用い，それぞれの油滴に対して推定される電気素量の値 Q を有効数字 3 桁で求めよ。また，$\dfrac{1}{r}$ と Q との関係を表すグラフを解答欄図 1 に書け。

問 7　電気素量の値は油滴によらず同じ値になるはずであるが，それぞれの油滴に対して推定される電気素量の値 Q は油滴によって異なる。これは，式（1）が近似式であることによる。式（1）の成立条件を考慮し，本実験結果から正しい電気素量の値を求める方法について理由を付けて提案し，求めよ。必要ならば，解答欄図 1 に作図せよ。

	油滴 1	油滴 2	油滴 3	油滴 4	油滴 5
r [10^{-6}m]	0.9010	0.3031	0.6386	0.4235	1.512
$\frac{1}{r}$ [10^{6}/m]	1.110	3.299	1.566	2.361	0.6614
$\lvert q \rvert$ [10^{-19}C]	3.951	7.677	10.49	9.236	20.42
	11.85	15.35	6.292	4.618	18.56
	1.976	5.118	12.58	13.85	22.27
	9.878	12.80	4.194	6.927	27.84

表　5 個の油滴に対する測定結果

Ⅲ　自転車用タイヤに空気を充てんするときのタイヤ内の温度や圧力変化について，必要量の空気を1回で注入するときと複数回に分けて注入するときの2つの場合を考える。

以下の問に答えよ。問1～問5については，正しい式，または，もっとも近い数値を解として解答群から選び番号で答えよ。

まず，大きなポンプを使い1回で注入する。空気（外気）注入前，タイヤ内の空気および外気はともに，圧力 $P_0 = 1.0 \times 10^5$ Pa，温度 $T_0 = 300$ K であった。注入の過程では，ポンプ内とタイヤ内の空気が一様に等しい断熱変化を起こした。注入後，タイヤの温度は外気温まで下降し，タイヤ内の空気圧は 1.0×10^6 Pa となった。空気は2原子分子理想気体とみなす。タイヤの断面は内径2.0 cmの円形，断面の中心を通る円は直径70 cmであり（図1），圧力によるタイヤの形状変化はない。

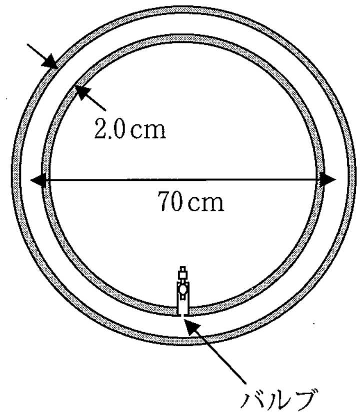


図1

問1　タイヤの内容積 V_T を求めよ。

問2　タイヤに注入する外気の体積 V_A を求めよ。

問3　体積 V_A の外気をタイヤに注入した直後，タイヤ内の圧力は P_H，温度は T_H に達した。理想気体の断熱変化について，圧力 P，絶対温度 T，体積 V のあいだには「PV^γ ＝一定 および $TV^{\gamma-1}$＝一定」の関係がある。
したがって，$P_0(V_T + V_A)^\gamma = P_H V_T^\gamma$，$T_0(V_T + V_A)^{\gamma-1} = T_H V_T^{\gamma-1}$ が成り立つ。2原子分子理想気体の場合，$\gamma = 1.4$である。必要ならば以下の数値を用い，P_H および T_H を求めよ。
$9.0^{0.4} = 2.4$　　$10^{0.4} = 2.5$　　$11^{0.4} = 2.6$　　$9.0^{1.4} = 22$　　$10^{1.4} = 25$　　$11^{1.4} = 29$

問4　注入後，タイヤ内空気からタイヤゴムへの熱伝導が起こり，両者の温度が一致し T_F になった。タイヤゴムの質量を M，比熱を C_T，空気の定積モル比熱を C_A とする。圧力 P_0，温度 T_0 の空気1モルの体積は v_A である。M，C_T，C_A，V_T，V_A，T_0，T_H，v_A を使って，T_F を表せ。ポンプ，バルブ，外気への熱伝導は無視する。

問5　$T_0 = 300$ K，$P_0 = 1.0 \times 10^5$ Pa のとき，$v_A = 2.5 \times 10^4\,\mathrm{cm^3}$ である。$M = 200$ g，$C_T = 1.5$ J/g・K，$C_A = 21$ J/mol・K として，T_F の値を求めよ。

問6　以上の結果から，断熱的に1回でタイヤに空気を充てんするときの問題点を推測せよ。

解答群

問 1　① $300\,cm^3$　② $400\,cm^3$　③ $500\,cm^3$　④ $600\,cm^3$　⑤ $700\,cm^3$　⑥ $800\,cm^3$　⑦$900\,cm^3$

問 2　① $2700\,cm^3$　② $3600\,cm^3$　③ $4500\,cm^3$　④ $5400\,cm^3$　⑤ $6300\,cm^3$　⑥ $7200\,cm^3$　⑦ $8100\,cm^3$

問 3　P_H：① $2.4\times10^5\,Pa$　② $2.5\times10^5\,Pa$　③ $2.6\times10^5\,Pa$　④ $2.2\times10^6\,Pa$　⑤ $2.5\times10^6\,Pa$　⑥ $2.9\times10^6\,Pa$

T_H：① 720 K　② 750 K　③ 780 K　④ 6600 K　⑤ 7500 K　⑥ 8700 K

問 4　① $\dfrac{MC_TT_0+(V_T+V_A)C_AT_H/v_A}{MC_T+(V_T+V_A)C_A/v_A}$　② $\dfrac{MC_TT_0-(V_T+V_A)C_AT_H/v_A}{MC_T-(V_T+V_A)C_A/v_A}$

③ $\dfrac{MC_TT_0+(V_T+V_A)C_AT_H/v_A}{MC_T-(V_T+V_A)C_A/v_A}$　④ $\dfrac{MC_TT_0-(V_T+V_A)C_AT_H/v_A}{MC_T+(V_T+V_A)C_A/v_A}$

⑤ $\dfrac{-MC_TT_0+(V_T+V_A)C_AT_H/v_A}{-MC_T+(V_T+V_A)C_A/v_A}$　⑥ $\dfrac{MC_TT_0+(V_T+V_A)C_AT_H/v_A}{-MC_T+(V_T+V_A)C_A/v_A}$

⑦ $\dfrac{-MC_TT_0+(V_T+V_A)C_AT_H/v_A}{MC_T+(V_T+V_A)C_A/v_A}$

問 5　① 310 K　② 330 K　③ 350 K　④ 370 K　⑤ 390 K　⑥ 410 K

次に，内容積 V_{P} のポンプを使い複数回の空気注入を行う。注入の各回において，ポンプ内の圧力がタイヤ内の圧力まで上昇するとバルブが開いてタイヤに空気が注入され始めると同時に，ポンプ内およびタイヤ内の圧力が一様に上昇する断熱変化を起こす。注入開始時のポンプ内空気の圧力と温度は外気と等しい。ポンプおよびバルブへの熱の伝導は無視する。

図2は，ポンプ内空気の体積と圧力の関係を表す。太い曲線は，空気の出口を閉じたポンプ単体での断熱圧縮を表す。タイヤへの1回目の注入では，圧力 P_0 から出発し，P_1 まで圧力が上昇した。2回目の注入では，圧力 P_1 のとき体積－圧力曲線に折れ曲がりが生じた後，圧力 P_2 に達した。3回目以降も同様な圧力変化を生じながら，タイヤ内空気の圧力を徐々に高めていった。縦軸に付した P_n，T_n は，n 回目の圧縮でポンプ内の空気をすべて注入した後のタイヤ内の空気圧と温度である。T'_n は体積－圧力曲線の折れ曲がり位置でのポンプ内空気の温度である。n 回の断熱圧縮のあいだ，タイヤ内空気からタイヤゴムへの熱の伝導は無視できる。

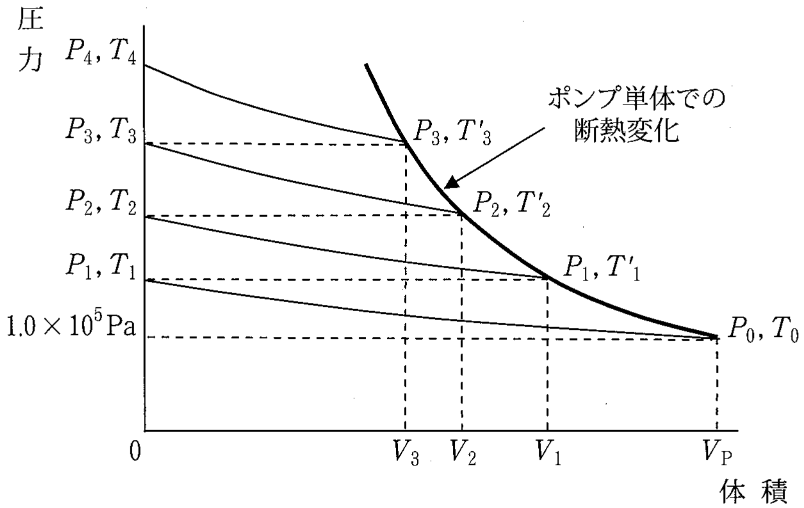


図2

1，2回目および n 回目の空気注入について，以下の関係式が成り立つ。

1回目：$P_0\,(V_{\mathrm{T}} + V_{\mathrm{P}})^{\gamma} = P_1 V_{\mathrm{T}}^{\gamma}$

2回目：$P_0 V_{\mathrm{P}}^{\gamma} = P_1 V_1^{\gamma}$，$P_1\,(V_{\mathrm{T}} + V_1)^{\gamma} = P_2 V_{\mathrm{T}}^{\gamma}$

n 回目：$P_0 V_{\mathrm{P}}^{\gamma} = P_{n-1} V_{n-1}^{\gamma}$，$P_{n-1}\,(V_{\mathrm{T}} + V_{n-1})^{\gamma} = P_n V_{\mathrm{T}}^{\gamma}$

図2に関して，$T'_n = T_n$ が成り立つことが示され，温度についての断熱変化の関係から，
$T_0 V_{\mathrm{P}}^{\gamma-1} = T_{n-1} V_{n-1}^{\gamma-1}$，$T_{n-1}\,(V_{\mathrm{T}} + V_{n-1})^{\gamma-1} = T_n V_{\mathrm{T}}^{\gamma-1}$ が成り立つ。
これらの関係式の中から以下の①，②式を選び，③式を組み合わせて考える。

$$P_{n-1}\,(V_{\mathrm{T}} + V_{n-1})^{\gamma} = P_n V_{\mathrm{T}}^{\gamma} \qquad \cdots\cdots\cdots ①$$

$$T_{n-1}\,(V_{\mathrm{T}} + V_{n-1})^{\gamma-1} = T_n V_{\mathrm{T}}^{\gamma-1} \qquad \cdots\cdots\cdots ②$$

$$\frac{P_{n-1} V_{n-1}}{T_{n-1}} = \frac{P_n V_n}{T_n} \qquad \cdots\cdots\cdots ③$$

ただし，$V_0 = V_{\mathrm{P}}$ である。

問7　③式で表わされる熱力学法則の名称を答えよ。

問8　P_n と T_n に対する解を求めたい。以下の文章の空欄［**ア**］,［**イ**］,［**ウ**］を埋めよ。

①式，②式，③式から圧力と温度を消去すると，

$$\frac{V_{\mathrm{T}}}{V_{n-1}} + [\text{ア}] = \frac{V_{\mathrm{T}}}{V_n} \qquad \cdots\cdots\cdots④$$

が得られる。この式から，

$$V_n = \frac{V_{\mathrm{T}}}{\dfrac{V_{\mathrm{T}}}{V_{\mathrm{P}}} + [\text{イ}]} \qquad \cdots\cdots\cdots⑤$$

が導かれ，さらにこれを断熱変化の式

$P_0 V_{\mathrm{P}}^{\gamma} = P_n V_n^{\gamma}$，$T_0 V_{\mathrm{P}}^{\gamma-1} = T_n V_n^{\gamma-1}$

に代入すると，

$$P_n V_{\mathrm{T}}^{\gamma} = P_0 \times [\text{ウ}] \qquad \cdots\cdots\cdots⑥$$

$$T_n V_{\mathrm{T}}^{\gamma-1} = T_0 \times [\text{ウ}] \qquad \cdots\cdots\cdots⑦$$

が得られる。

問9　$T'_1 = T_1$ が成り立つことを数式を使って説明せよ。

問10　⑥式，⑦式を言葉で説明し，必要量の空気を1回で注入する場合と分割して注入する場合の圧力および温度の差異について述べよ。