注意事項2

問題冊子に数字の入った $\boxed{}$ があります。それらの数字は解答用紙の解答欄の番号を表しています。対応する番号の解答欄の 0 から 9 までの数字または − (マイナスの符号) をマークしてください。

問題 I、II、III、IV は解答欄の (1)〜(41) を使って答えてください。

問題 V は、選択問題となっています。解答用紙の V-1 もしくは V-2 を黒く塗りつぶすことにより選択した問題を示してから解答してください。

問題 V-1 は解答欄の (101)〜(115) を、問題 V-2 は解答欄の (201)〜(214) を使って答えてください。選択しなかった問題に対応する解答欄には何もマークしないでください。

分数および分数式は約分した形で解答してください。マイナスの符号は分母には使えません。
$\boxed{}$ が 2 個以上つながったとき、マイナスの符号および 0 の使い方は、つぎの例のようにしてください。

例

$$8 \longrightarrow \boxed{0}\boxed{8}$$

$$-3 \longrightarrow \boxed{-}\boxed{3}$$

$$-\frac{3}{9} \longrightarrow -\frac{1}{3} \longrightarrow \frac{\boxed{-}\boxed{1}}{\boxed{0}\boxed{3}}$$

$$\frac{4a}{-2+2a} \longrightarrow \frac{-2a}{1-a} \longrightarrow \frac{\boxed{0}\boxed{0} + \boxed{-}\boxed{2}\,a}{1 - \boxed{0}\boxed{1}\,a}$$

I　(1)　自然数の列 $p_0, p_1, \cdots$ を次の規則で定義する.

i)　$p_0 = p$

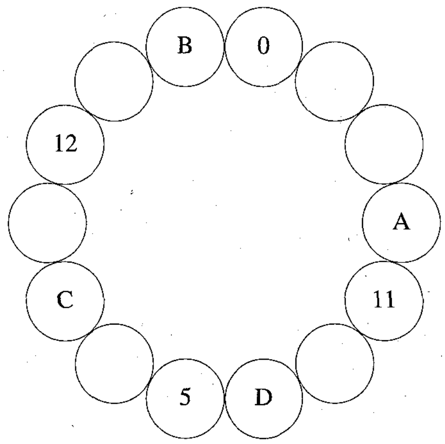
ii)　p_{n+1} は $(p_0 \times p_1 \times \cdots \times p_n) + 1$ を割り切る 2 以上の最小の自然数.

すると, $p = 5$ ならば $p_3 = \boxed{(1)}\boxed{(2)}$ であり, $p = 14$ ならば $p_3 = \boxed{(3)}\boxed{(4)}$ である.

(2)　0 から 13 までの数を図のように円形に並べた. ただし, 隣り合う数の差は 3, 4, 5 のいずれかとした. すると

$$\mathrm{A} = \boxed{(5)}\boxed{(6)},\ \mathrm{B} = \boxed{(7)}\boxed{(8)},\ \mathrm{C} = \boxed{(9)}\boxed{(10)},\ \mathrm{D} = \boxed{(11)}\boxed{(12)}$$

である.



II (1) x_1, x_2, x_3, a, b, c を

$$x_1 + x_2 + x_3 = a,\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = b,\ x_1x_2x_3 = c$$

なる実数とするとき

$$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = a^3 - \boxed{(13)}\boxed{(14)}\,ab + \boxed{(15)}\boxed{(16)}\,c$$

である.

(2) 曲線 $y = x^3 - 16x$ 上の 3 点 P, Q, R がつくる三角形 △PQR の重心の座標が $(2, 40)$ ならば P, Q, R のうち少なくとも 1 点は $\left(\boxed{(17)}\boxed{(18)},\ \boxed{(19)}\boxed{(20)}\boxed{(21)}\right)$ である.

III (1) $\triangle \mathrm{ABC}$ の各辺の長さを $\mathrm{AB}=5, \mathrm{BC}=7, \mathrm{CA}=8$ とすると $\triangle \mathrm{ABC}$ の面積は $\boxed{(22)}\boxed{(23)}\sqrt{\boxed{(24)}}$ であり,

$$\sin \mathrm{A}+\sin \mathrm{B}+\sin \mathrm{C}=\frac{\boxed{(25)}\boxed{(26)}\sqrt{\boxed{(27)}}}{\boxed{(28)}\boxed{(29)}}$$

である.

(2) A, B, C を全体集合 U の部分集合とする. B と C の要素の個数をそれぞれ 3, 9 とする. このとき $A \cap B \subset C$ かつ $A \subset B \cup C$ ならば A の可能な最大の要素の個数は $\boxed{(30)}\boxed{(31)}$ である.

D, E, F, G, H を U の部分集合とする. D, E, F, G, H の要素の個数をそれぞれ 25, 9, 17, 20, 10 とする. また $D \subset E \cup F$ かつ $E \cap G \subset H$ とする. このとき, $D \cap \overline{G}$ の可能な最小の要素の個数は $\boxed{(32)}\boxed{(33)}$ である.

IV　a を 2 放物線 $y=x^2$ と $y=-x^2+2ax-a^2+1$ が接するような正の数とする．すなわち 2 放物線が共通の接線をもつように a が決められている．このとき，共通接線の方程式は $y=\sqrt{\boxed{(34)}\boxed{(35)}}\,x-\dfrac{\boxed{(36)}\boxed{(37)}}{\boxed{(38)}\boxed{(39)}}$ である．また，この 2 放物線と y 軸とで囲まれる部分の面積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{(40)}}}{\boxed{(41)}}$ である．

V　つぎの **1**, **2** のうち, いずれか1問を選択し答えなさい. **1** を選択する場合, 解答用紙の V–1 をマークし, **2** を選択する場合, V–2 をマークしなさい.

1　n を 2 以上の自然数とする. 1 以上 n 以下の自然数からなる集合で, 1 と n を含み, どの 2 数もその差が 1 より大きいもの全体の個数を $f(n)$ と記す. ここで 2 数 a, b の差とは $|a-b|$ である. すると

$$f(3) = \boxed{(101)}\boxed{(102)},\ f(4) = \boxed{(103)}\boxed{(104)},\ f(10) = \boxed{(105)}\boxed{(106)},\ f(15) = \boxed{(107)}\boxed{(108)}\boxed{(109)}$$

である.

1 以上 n 以下の自然数からなる集合 S で, $\{1, n\} \subset S$ ではなく, どの 2 数もその差が 1 より大きいもの全体の個数を $g(n)$ で表す. ただし, 空集合または要素が 1 つの集合は S の条件をみたすとする. すると

$$g(3) = \boxed{(110)}\boxed{(111)},\ g(4) = \boxed{(112)}\boxed{(113)},\ g(5) = \boxed{(114)}\boxed{(115)}$$

である.

2 ピタゴラスの組とは $a^2+b^2=c^2\,(a<b<c)$ となる自然数 $a,\,b,\,c$ の組のことである．たとえば

$$3^2+4^2=5^2$$

であるから，$(3,4,5)$ はピタゴラスの組である．

次のプログラムは $a,\,b,\,c$ が 100 以下のピタゴラスの組 (a,b,c) をすべて出力するものである．選択肢から空欄を埋めるもっとも適切なものを選び，その番号を答えなさい．

```
100 FOR A = 1 TO [(201)(202)]
110 LET X = [(203)(204)]
120 FOR B = [(205)(206)] TO 100
130 LET Y = X + [(207)(208)]
140 LET C = [(209)(210)]
150 LET C = [(211)(212)]
160 IF C > 100 THEN GOTO 190
170 IF [(213)(214)] > C * C THEN GOTO 190
180 PRINT "(";A;","; B;","; C;")"
190 NEXT B
200 NEXT A
210 END
```

[選択肢]

(01)	1	(02)	2	(03)	3
(04)	30	(05)	50	(06)	70
(07)	X	(08)	Y	(09)	A * A
(10)	B * B	(11)	C * C	(12)	A + 1
(13)	A + 2	(14)	A + B	(15)	INT(A)
(16)	INT(B)	(17)	INT(C)	(18)	INT(X)
(19)	INT(Y)	(20)	SQR(X)	(21)	SQR(Y)