注　意　問題A 1，A 2，A 3，A 4，B 1の解答を，**解答用紙**の所定の欄に記入しなさい。空欄（ア）～（ヒ）については，当てはまるもの（数，式など）を**解答用紙**の所定の欄に記入しなさい。

A 1

（1）　平面上の2つのベクトル $\vec{p}$，$\vec{q}$ が $|\vec{p}+\vec{q}|=\sqrt{13}$，$|\vec{p}-\vec{q}|=1$，$|\vec{p}|=\sqrt{3}$ を満たしている。このとき，$\vec{p}$ と $\vec{q}$ の内積 $\vec{p}\cdot\vec{q}$ は $\boxed{\text{（ア）}}$ であり，$\vec{p}$ と $\vec{q}$ のなす角 θ は $\boxed{\text{（イ）}}^\circ$ である。ただし，$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ である。

（2）　関数 $f(x)=4\sin^3 x+9\cos^2 x+6\sin x-3$ の $0 \leqq x \leqq \pi$ における最小値は $\boxed{\text{（ウ）}}$ であり，最大値は $\boxed{\text{（エ）}}$ である。

（3）　数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1=\frac{1}{4},\ 2a_n-a_{n+1}-3a_n a_{n+1}=0 \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

を満たしている。この数列の一般項は，$a_n=\boxed{\text{（オ）}}$ で与えられる。

また，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n=\boxed{\text{（カ）}}$ である。

A 2

1, 2, 3, 4 の番号が1つずつかかれた4個の玉と1つの袋があり，番号1の玉だけが袋に入っている。この状態から始めて，

「袋から玉を1個取り出し，その玉の番号を確認してから，
次のルールにしたがい1個または2個の玉を袋に加える」

という作業を何回か続けて行う。

ルール

取り出した玉の番号を k とする。

（Ⅰ） k が4でないとき

① 番号 $(k+1)$ の玉が袋に入っていなければ，取り出した番号 k の玉を袋に戻し，さらに番号 $(k+1)$ の玉を袋に加える。

② 番号 $(k+1)$ の玉が袋に入っていれば，取り出した番号 k の玉だけを袋に戻す。

（Ⅱ） k が4のとき，取り出した番号4の玉だけを袋に戻す。

（1） 上の作業を2回続けて行うとき，2回目に取り出す玉の番号が1である確率と2である確率はともに $\boxed{\text{（キ）}}$ である。

（2） 上の作業を3回続けて行うとき，取り出す玉の番号が3回とも1である確率は $\boxed{\text{（ク）}}$ であり，取り出す玉の番号が順に1, 2, 3である確率は $\boxed{\text{（ケ）}}$ である。また，3回目に取り出す玉の番号が1である確率と2である確率はともに $\boxed{\text{（コ）}}$ であり，3である確率は $\boxed{\text{（ケ）}}$ である。

（3） 上の作業を4回続けて行うとき，4回目に取り出す玉の番号が3である確率は $\boxed{\text{（サ）}}$ であり，4である確率は $\boxed{\text{（シ）}}$ である。

A 3

座標平面上において，以下の設問（1），（2），（3）のように図形Sと点Pを考える。図形S上を点Qが動くとき，線分PQの長さの最小値を$\overline{\mathrm{P}S}$と表す。

（1）　方程式$y=3x$の表す図形をSとする。点$\mathrm{P}(2,\ 0)$について$\overline{\mathrm{P}S}=\boxed{\text{（ス）}}$である。
また，$\overline{\mathrm{P}S}\leqq 1$を満たす点$\mathrm{P}(x,\ y)$全体が描く図形は，不等式

$$\boxed{\text{（セ）}}\,x-\boxed{\text{（ソ）}}\leqq y\leqq\boxed{\text{（セ）}}\,x+\boxed{\text{（ソ）}}$$

の表す領域と一致する。

（2）　方程式$x^2+y^2=2$の表す図形をSとする。点$\mathrm{P}(2,\ 1)$について$\overline{\mathrm{P}S}=\boxed{\text{（タ）}}$である。また，$\overline{\mathrm{P}S}\leqq 1$を満たす点$\mathrm{P}(x,\ y)$全体が描く図形の面積は$\boxed{\text{（チ）}}$である。

（3）　2つの式

$$\begin{cases} x\geqq 0 \\ y=0 \end{cases}$$

の表す図形をSとする。$\overline{\mathrm{P}S}\leqq 1$を満たす点$\mathrm{P}(x,\ y)$全体が描く図形を図示しなさい。

A 4

正の整数n，kに対して，xの3次関数

$$f(x)=2nx^3+3\left(n+\frac{k}{2}\right)x^2+3\left(n+\frac{k}{2}+1\right)x+k$$

を考える。3次方程式$f(x)=0$が相異なる3つの実数解をもつような正の整数の組$(n,\ k)$を見つけたい。

$f(x)$の導関数を$f'(x)$とする。$f(x)=0$が相異なる3つの実数解をもつならば，$f'(x)=0$の相異なる実数解の個数は$\boxed{\text{（ツ）}}$個でなければならない。これより，nとkの満たす不等式

$$\left(\boxed{\text{（テ）}}\right)^2-4<k^2 \qquad \cdots\cdots \text{①}$$

が得られる。

次に$g(x)=x^3f\left(\frac{1}{x}\right)$とおくと，$g(x)=0$も相異なる3つの実数解をもたなければならない。これより，①を得たのと同様にして，nとkの満たす不等式

$$\left(k-\boxed{\text{（ト）}}\right)^2<\left(\boxed{\text{（テ）}}\right)^2+4 \qquad \cdots\cdots \text{②}$$

が得られる。

正の整数nを与えるとき，連立不等式①，②を満たす正の整数kをすべて求めると

$$k=\boxed{\text{（ナ）}}-1,\quad \boxed{\text{（ナ）}},\quad \boxed{\text{（ナ）}}+1$$

の3つである。$k=\boxed{\text{（ナ）}}$に対して，方程式$f(x)=0$を考えると，これはnに無関係に定まる解$x=\boxed{\text{（ニ）}}$とnを用いて表される2つの解

$$x=\frac{-8n-9\pm\sqrt{\boxed{\text{（ヌ）}}}}{8n}$$

の3つの実数解をもつ。

B 1

a を正の定数とし，座標平面上の曲線 $C : y = e^{2x}$ と直線 $l : y = ax$ を考える。

(1) 曲線 C と直線 l がただ1つの共有点 A をもつとき，定数 a の値と点 A の座標を求めなさい。求める過程も書きなさい。

(2) (1)のとき，曲線 C，直線 l，および y 軸で囲まれる図形を y 軸のまわりに1回転してできる回転体の体積 V を求めなさい。求める過程も書きなさい。

(3) a を(1)で求めた値より小さい正の定数とする。このとき，直線 $l : y = ax$ は曲線 C と共有点をもたない。点 P が曲線 C 上を動き，点 Q が直線 l 上を動くとき，線分 PQ の長さが最小となるのは，点 P の座標が $\left(\boxed{\text{(ネ)}}, \boxed{\text{(ノ)}}\right)$ のときである。この点 P $\left(\boxed{\text{(ネ)}}, \boxed{\text{(ノ)}}\right)$ が y 軸上にあるのは $a = \boxed{\text{(ハ)}}$ のときであり，このとき最小の線分の長さを求めると PQ $= \boxed{\text{(ヒ)}}$ となる。