

[1] 座標空間内の3点  $O(0, 0, 0)$ ,  $A(2, 0, 1)$ ,  $B(0, 3, -1)$  によって定まる平面を  $\alpha$  とし,  $\alpha$  上にない点  $C(0, 7, 14)$  をとる.

(1) ベクトル  $\vec{n} = (-3, \boxed{(1)}, \boxed{(2)})$  はベクトル  $\overrightarrow{OA}$ ,  $\overrightarrow{OB}$  の両方と垂直である.

(2) 点  $C$  から平面  $\alpha$  に下ろした垂線と  $\alpha$  との交点の座標は  $(\boxed{(3)}, \boxed{(4)}, \boxed{(5)})$  である.

(3) 点  $C$  を中心とし半径  $10\sqrt{2}$  の球面と平面  $\alpha$  とが交わってできる図形は半径  $\boxed{(6)}\boxed{(7)}$  の円である.

(4) 点  $O$  に関して点  $B$  と対称な点を  $B'$  とする. 点  $P$  が線分  $B'B$  上を動くとき,

PC が最小となる点  $P$  の座標は  $\left( 0, \frac{\boxed{(8)}\boxed{(9)}}{\boxed{(10)}\boxed{(11)}}, \frac{\boxed{(12)}\boxed{(13)}}{\boxed{(14)}\boxed{(15)}} \right)$  で,

PC が最大となる点  $P$  の座標は  $\left( 0, \boxed{(16)}\boxed{(17)}, \boxed{(18)}\boxed{(19)} \right)$  である.

[2] 1 から 6 までの番号をつけた 6 枚のカードを横 1 列に並べる.

(1) 左端が 5 番のカードであるような並び方の総数は  $\boxed{(20)}\boxed{(21)}\boxed{(22)}$  である.

(2) 次のような操作を試行という.

「さいころを振って出た目の数の番号のカードを左端に移し、空いた場所の左隣のカードを順に右に詰めることによって 6 枚のカードを並べかえる. 出た目の数の番号のカードが左端にある場合はカードの移動はしない。」

例えば、カードの番号が左から 1, 3, 5, 2, 4, 6 の順に並んでいて、さいころを振って 4 が出たとき、並べかえた後のカードの番号は左から順に 4, 1, 3, 5, 2, 6 となる.

最初、カードの番号が左から 1, 2, 3, 4, 5, 6 の順に並んでいるとする.

(a) 試行を 2 回続けて行った後で起こりうる並び方のうち、1 番のカードが左から 3 枚目の位置にある並び方の総数は  $\boxed{(23)}\boxed{(24)}$  である.

(b) 試行を 2 回続けて行った後で、1 番のカードが左から 3 枚目の位置にある

確率は  $\frac{\boxed{(25)}}{\boxed{(26)}\boxed{(27)}}$  である.

(c) 試行を 2 回続けて行った後で、1 番のカードが左から 2 枚目の位置にある

確率は  $\frac{\boxed{(28)}}{\boxed{(29)}\boxed{(30)}}$  である.

(d) 試行を 2 回続けて行うとき、最初の状態を含めて、列の左端に位置する

ことが 1 度もないカードの枚数の期待値は  $\frac{\boxed{(31)}\boxed{(32)}\boxed{(33)}}{\boxed{(34)}\boxed{(35)}}$  である.

[3]  $a, b$  は実数で,  $a > 0$  とし,

$$f(x) = ax^2 + bx + 1$$

とおく.

- (1) 方程式  $f(x) = 0$  は実数解をもたないか, または, ただ1つの実数解をもつとする.

$$\int_0^1 f(x) dx \text{ の値は } a = \frac{\boxed{(36)}}{\boxed{(37)}}, b = \boxed{(38)} \boxed{(39)} \text{ のとき最小となり, このとき}$$

$$\int_0^1 f(x) dx = \frac{\boxed{(40)}}{\boxed{(41)}} \text{ である.}$$

- (2) 方程式  $f(x) = 0$  は実数解をもつとし, 異なる2つの実数解  $\alpha, \beta$  をもつときには  $k = \alpha + \beta$  とおき, ただ1つの実数解  $\alpha$  をもつときには  $k = 2\alpha$  とおく.

$$\int_0^1 f(x) dx \leq 7 \text{ がみたされているならば, } |k| \text{ は } a = \boxed{(42)} \boxed{(43)} \boxed{(44)},$$

$$b = \boxed{(45)} \boxed{(46)} \boxed{(47)} \text{ のとき最小となり, このとき } |k| = \frac{\boxed{(48)}}{\boxed{(49)}} \text{ である.}$$

[4]  $a$  は実数の定数とする.

(1)  $|x - a| < 2$  をみたす実数  $x$  の値の範囲を求めよ.

(2)  $|x - a| < 2$  をみたす正の実数  $x$  が存在するような  $a$  の値の範囲を求めよ.

(3)  $|x - a| < x + 1$  をみたす実数  $x$  が存在するような  $a$  の値の範囲を求めよ.

(4)  $a$  の値が (3) の範囲にあるとき,  $|x - a| < x + 1$  をみたす実数  $x$  の値の範囲を求めよ.

(5) すべての実数  $x$  に対して  $|x^2 - a| > x - a$  が成り立つような  $a$  の値の範囲を求めよ.

[5] (1) 整式

$$x^2 + 5x - y^2 - 5y$$

を因数分解せよ.

(2) 2つの方程式

$$x^2 + 5x - y^2 - 5y = 0, \quad x^3 + x^2 + 2xy + 3y + 1 = 0$$

を同時にみたす実数の組  $(x, y)$  をすべて求めよ.

[6] (1) 不等式

$$y^2 \geq (\log_2 x)^2$$

をみたす点  $(x, y)$  全体の集合を, その境界と座標軸との交点の座標も書き入れて, 座標平面上に図示せよ.

(2) 集合

$$S = \{ \log_2 x \mid x \text{ は } (\log_2 x)^2 > 100x^2 \text{ をみたす実数} \}$$

に属する最大の整数を求めよ.