注 意 事 項 2

問題冊子に数字の入った $\boxed{\phantom{0}}$ があります。それらの数字は解答用紙の解答欄の番号を表しています。対応する番号の解答欄の 0 から 9 までの数字または－ (マイナスの符号) をマークしてください。

問題I、II、III、IV は解答欄の (1)～(49) を使って答えてください。

問題V は、選択問題となっています。解答用紙の V-1 もしくは V-2 を黒く塗りつぶすことにより選択した問題を示してから解答してください。

問題 V-1 は解答欄の (101)～(112) を、問題 V-2 は解答欄の (201)～(214) を使って答えてください。選択しなかった問題に対応する解答欄には何もマークしないでください。

分数および分数式は約分した形で解答してください。マイナスの符号は分母には使えません。
$\boxed{\phantom{0}}$ が 2 個以上つながったとき、マイナスの符号および 0 の使い方は、つぎの例のようにしてください。

例

$$8 \longrightarrow \boxed{0}\boxed{8}$$

$$-3 \longrightarrow \boxed{-}\boxed{3}$$

$$-\frac{3}{9} \longrightarrow -\frac{1}{3} \longrightarrow \frac{\boxed{-}\boxed{1}}{\boxed{0}\boxed{3}}$$

$$\frac{4a}{-2+2a} \longrightarrow \frac{-2a}{1-a} \longrightarrow \frac{\boxed{0}\boxed{0}+\boxed{-}\boxed{2}\,a}{1-\boxed{0}\boxed{1}\,a}$$

I (1) 2桁の自然数 $a, b$ は $a^2 - 4ab + 3b^2 = 64$ をみたす．このとき $a = \boxed{(1)}\boxed{(2)}$，$b = \boxed{(3)}\boxed{(4)}$ である．

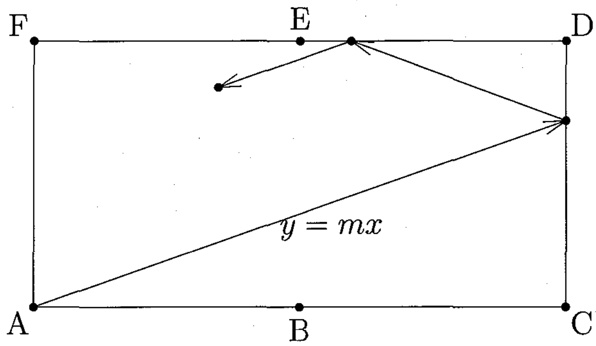
(2) 次の不等式を満たす整数 $a, b$ の組 $(a, b)$ は全部で $\boxed{(5)}\boxed{(6)}\boxed{(7)}$ 個ある．

$$0 \leqq \frac{a+b}{2} \leqq \frac{a-b}{2} \leqq 5$$

(3) 座標平面上に 6 点 A(0,0), B(1,0), C(2,0), D(2,1), E(1,1), F(0,1) がある．以下では長方形 ACDF をビリヤードの台と思い，点 A, B, C, D, E, F に穴があるとする．すると，点 A から $x$ 軸 に対して傾き $\frac{1}{3}$ で打ち出した球は $\boxed{(8)}\boxed{(9)}$ 回縁で跳ね返り，$\boxed{(10)}$ の穴に入り，傾き $\frac{3}{7}$ で打ち出した球は $\boxed{(11)}\boxed{(12)}$ 回縁で跳ね返り，$\boxed{(13)}$ の穴に入る．ここで，球は台の縁に衝突した角度 (入射角) と同じ大きさの角度 (反射角) で跳ね返り，つぎに衝突するまで直線運動を行うものとする．また，途中失速することはないものとする．

下図は $x$ 軸に対して傾き $m$ で A から打ち出した球の軌跡の一部を表している．

$\boxed{(10)}$，$\boxed{(13)}$ には下記の選択肢から適切な番号を選び記入しなさい．




[選択肢]

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| (1) | A | (2) | B | (3) | C |
| (4) | D | (5) | E | (6) | F |

II 任意の 0 以上の整数 $x, y$ の組 $(x, y)$ を格子点とよぶ. たとえば $(2,3)$ は格子点である. すべての格子点に 0 から始めて重複なく $0, 1, 2, \ldots$ というように順に番号をつける. 点 $(x, y)$ の番号を $I(x, y)$ で表し, 番号 $i$ にあたる格子点を $P_i$ で表す. したがって $P_{I(x,y)} = (x, y)$, $I(P_i) = i$ がなりたつ.

さて, $P_i$ $(i \geqq 0)$ として次の条件をみたすものが存在する. ただし, $P_i = (x_i, y_i)$ であり, $m_i$ は $x_i$ と $y_i$ の最大値とする.

1. $P_i = (0,1)$ かつ $P_j = (1,1)$ ならば $i < j$
2. $P_i = (1,0)$ かつ $P_j = (1,1)$ ならば $j < i$
3. $m_i < m_j$ のとき $i < j$
4. $m_i = m_j$ のとき
   (a) $x_i < x_j$ ならば $\boxed{(14)}\boxed{(15)}$
   (b) $y_i < y_j$ ならば $\boxed{(16)}\boxed{(17)}$

このとき,

$$I(m, n) = \begin{cases} \boxed{(18)}\boxed{(19)} & (m \leqq n) \\ \boxed{(20)}\boxed{(21)} & (m > n) \end{cases}$$

である.

[選択肢]

| | | |
|---|---|---|
| (01) $j < i$ | (02) $i < j$ | (03) $i \leqq j$ |
| (04) $j \leqq i$ | (05) $m^2 + m - 2n$ | (06) $m + n^2$ |
| (07) $m^2 + 2m - n$ | (08) $m^2 + n$ | (09) $n^2 + 2n - m$ |
| (10) $m^2 + 2m - n + 1$ | (11) $m^2 + m - n$ | (12) $n^2 - m + n$ |

III　選択肢から最も適切なものを選びその番号を解答欄に記入しなさい．ただし$\boxed{(28)}$, $\boxed{(29)}$, $\boxed{(32)}$, $\boxed{(33)}$ には計算した数を記入しなさい．

ある袋に白い碁石と黒い碁石が合せて 100 個入っている．各色の碁石の数は 0 以上 100 以下であるということを除いて全く分からない．この袋から碁石を 1 つ取りだすとき，それが白である確率を求めよう．$W_k$ を白い碁石の個数が $k$ である事象とする．取りだした碁石が白である事象を $A$ とすると

$$(*) \qquad P(A) = \sum_{k=0}^{100} P(A \boxed{(22)}\boxed{(23)} W_k)$$

が成立する．ただし，$P(A)$ は事象 $A$ の確率を表すものとする．ここで，$P(A \boxed{(22)}\boxed{(23)} W_k)$ は，白の碁石が $k$ 個のとき事象 $A$ が起きる確率 $Q_k$ を $P(W_k)$ にかけて得られる．各 $W_k$ が同様に確からしいから，$P(W_k) = \boxed{(24)}\boxed{(25)}$ である．また，$Q_k = \boxed{(26)}\boxed{(27)}$ となる．したがって，(*) を用いて $P(A) = \dfrac{\boxed{(28)}}{\boxed{(29)}}$ と計算される．

さらに続けて碁石を取りだすとき，2 つ目の碁石も白となる確率を求めよう．2 つ目の碁石が白である事象を $B$ とすると，求めるべき確率は $\dfrac{P(B \cap A)}{P(A)}$ である．前と同様にして

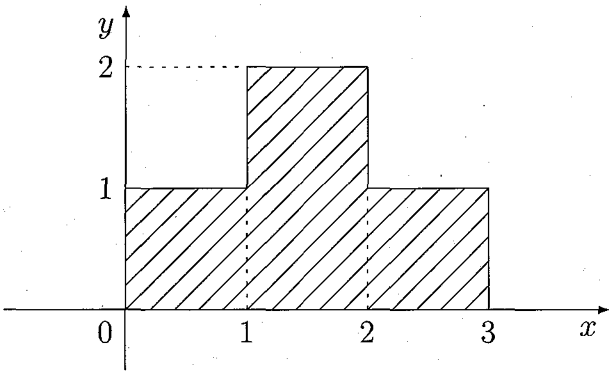
$$P(B \cap A) = \sum_{k=0}^{100} P(B \cap A \boxed{(22)}\boxed{(23)} W_k) = \sum_{k=0}^{100} P(A \boxed{(22)}\boxed{(23)} W_k) \times \boxed{(30)}\boxed{(31)}$$

となり，$P(B \cap A)$ の値が求められる．その結果，$\dfrac{P(B \cap A)}{P(A)} = \dfrac{\boxed{(32)}}{\boxed{(33)}}$ と計算される．

[選択肢]

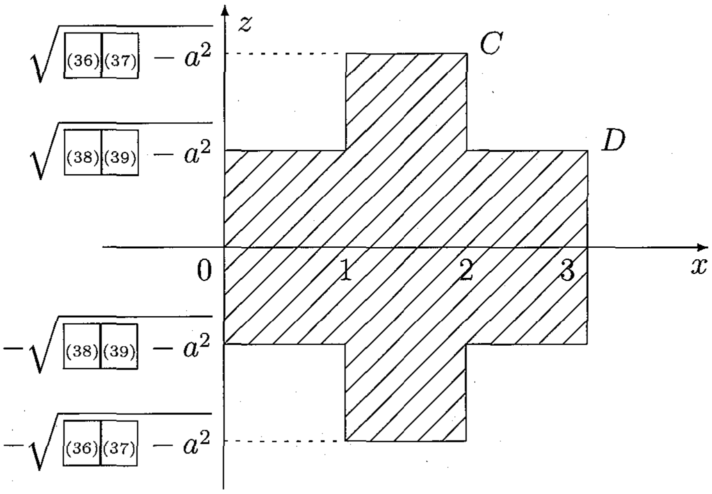
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| (01) $\dfrac{1}{99}$ | (02) $\dfrac{1}{100}$ | (03) $\dfrac{1}{101}$ | (04) $\dfrac{1}{k-1}$ | (05) $\dfrac{1}{k}$ |
| (06) $\dfrac{1}{k+1}$ | (07) $\dfrac{k-1}{99}$ | (08) $\dfrac{k}{99}$ | (09) $\dfrac{k+1}{99}$ | (10) $\dfrac{k-1}{100}$ |
| (11) $\dfrac{k}{100}$ | (12) $\dfrac{k+1}{100}$ | (13) $\dfrac{k-1}{101}$ | (14) $\dfrac{k}{101}$ | (15) $\dfrac{k+1}{101}$ |
| (16) $\dfrac{99}{k-1}$ | (17) $\dfrac{99}{k}$ | (18) $\dfrac{99}{k+1}$ | (19) $\dfrac{100}{k-1}$ | (20) $\dfrac{100}{k}$ |
| (21) $\dfrac{100}{k+1}$ | (22) $\dfrac{101}{k-1}$ | (23) $\dfrac{101}{k}$ | (24) $\dfrac{101}{k+1}$ | (25) $\phi$ |
| (26) $\cup$ | (27) $\cap$ | (28) $\subset$ | (29) $\supset$ | (30) $=$ |

IV　下図の斜線で示した凸図形を $x$ 軸を中心として回転させてできた回転体 $A$ を考える．




回転体 $A$ の体積は $\boxed{(34)}\boxed{(35)}\,\pi$ である．

次に，回転体 $A$ をさらに $y$ 軸を中心に回転させてできる回転体 $B$ を考える．まず，$0 \leqq a \leqq 1$ のとき，回転体 $A$ を $y=a$ で切った断面は




となる．$y$ 軸から点 $C$ までの距離は $\sqrt{\boxed{(40)}\boxed{(41)} - a^2}$ であり，点 $D$ までの距離は $\sqrt{\boxed{(42)}\boxed{(43)} - a^2}$ であるから，この断面を $y$ 軸の回りに回転させてできる円の面積は $(\boxed{(44)}\boxed{(45)} - a^2)\pi$ である．

$a$ のそれ以外の範囲の場合も同様に考えると，回転体 $B$ の体積は

$$\frac{\boxed{(46)}\boxed{(47)}}{\boxed{(48)}\boxed{(49)}}\pi$$

となる．

V　つぎの **1**, **2** のうち, いずれか1問を選択し答えなさい。 **1** を選択する場合, 解答用紙の V–1 をマークし, **2** を選択する場合, V–2 をマークしなさい。

**1**　(1)　$\triangle$ABC は $\overrightarrow{\mathrm{BC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CA}}=-12$, $\overrightarrow{\mathrm{CA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}=-4$, $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}=-46$ をみたしている. このとき

$$|\mathrm{BC}|=\sqrt{\boxed{(101)}\boxed{(102)}},\quad |\mathrm{CA}|=\boxed{(103)}\boxed{(104)},\quad |\mathrm{AB}|=\sqrt{\boxed{(105)}\boxed{(106)}}$$

であり, $\triangle$ABC の面積は $\boxed{(107)}\boxed{(108)}$ である.

(2)　自然数 $n$ の常用対数 $\log n$ の近似値をもとめるために近似値 $\log 2=0.3010$, $\log 3=0.4771$ と $n$ に近い自然数 $2^a\cdot 3^b\cdot 5^c$ $(a,b,c$ は 0 以上の整数) を利用しよう. たとえば $2\cdot 3<7<2^3$, $2^4\cdot 3<7^2<2\cdot 5^2$ などである. さらに $7^k$ $(k>2)$ の近似値を用いれば, 小数第 3 位以下を四捨五入することによって, $\log 7$ の近似値 $0.\boxed{(109)}\boxed{(110)}$ を得る. 同様にして $\log 19$ の近似値 $1.\boxed{(111)}\boxed{(112)}$ を得る.

**2** パスカルの三角形は次のように，最上段を 1 とし，それより下の行は，その位置の上の数と左上の数の和を配置することによってできあがっている．ただし，上の数や左上の数がなかった場合には， 0 と考えて和を計算する．

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | |
| 1 | 1 | | | | |
| 1 | 2 | 1 | | | |
| 1 | 3 | 3 | 1 | | |
| 1 | 4 | 6 | 4 | 1 | |
| 1 | 5 | 10 | 10 | 5 | 1 |

このようにして作られたパスカルの三角形の $n$ 行目の $k$ 番目の数は，組み合わせの数 ${}_{n-1}C_{k-1}$ になっている．

次のプログラムは 10 行までのパスカルの三角形を出力するものである．選択肢から空欄を埋めるもっとも適切なものを選び，その番号を答えなさい．

```
100 DIM C(10)
110 LET C(1) = [(201)|(202)]
120 FOR N = 1 TO [(203)|(204)]
130 IF N > 1 THEN LET C(N) = [(205)|(206)]
140 LET X = 0
150 FOR K = 1 TO [(207)|(208)]
160 LET C(K) = C(K) + [(209)|(210)]
170 LET X = [(211)|(212)] - [(213)|(214)]
180 PRINT C(K);
190 NEXT K
200 PRINT
210 NEXT N
220 END
```

[選択肢]

| | | |
|---|---|---|
| (01) `1` | (02) `2` | (03) `0` |
| (04) `9` | (05) `10` | (06) `N` |
| (07) `N - 1` | (08) `K` | (09) `X` |
| (10) `C(K)` | (11) `C(K - 1)` | (12) `C(K + 1)` |
| (13) `C(1)` | (14) `C(N)` | (15) `C(N - 1)` |

# 平成22(2010)年度　環境情報学部　問題訂正

| 教科・科目 | 誤 | → | 正 |
|---|---|---|---|
| 数学 | p.9　V 1 (1)<br>・$\lvert BC\rvert$, $\lvert CA\rvert$, $\lvert AB\rvert$ | → | p.9　V 1 (1)<br>・$\lvert\overrightarrow{BC}\rvert$, $\lvert\overrightarrow{CA}\rvert$, $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert$ |