

I 次の にあてはまる最も適当な数または式を解答欄に記入しなさい。

(1) 循環小数 $2.\dot{6}\dot{3}$ (すなわち, $2.636363\cdots$) を既約分数で表すと (ア) である。

(2) $\frac{1}{\sqrt{2\tan 15^\circ}}$ を小数で表したときの, 小数第 1 位の整数 (すなわち, $0, 1, 2, \cdots, 9$ の中の数) は (イ) である。

(3) π を円周率として, 無限級数

$$1 + \frac{2}{\pi} + \frac{3}{\pi^2} + \frac{4}{\pi^3} + \cdots + \frac{n+1}{\pi^n} + \cdots$$

を考える。この級数の和は (ウ) である。

(4) 方程式

$$6^x - 5 \cdot 3^x - 6 \cdot 2^x + 30 = 0$$

の解のうちで一番大きい解の整数部分は (エ) である。

(5) 座標平面上の点 $P(2, 0)$ を考える。P を中心とする半径 2 の円と放物線

$y = \sqrt{3}x^2$ で囲まれてできる 2 つの図形のうち, 小さい方の面積は (オ)

である。

Ⅱ 次の にあてはまる最も適当な数または式を解答欄に記入しなさい。

(1) 連立方程式

$$\begin{cases} (x+y-1)(x+2y+3)=0 \\ |x-y|=1 \end{cases}$$

を考える。この解 (x, y) のうちで、最小の x は (カ) である。

(2) 空間内に2点 $O(0, 0, 0)$ と $A(10, 5, 0)$ を定める。点 P は線分 OA 上を動くとする。また、点 Q は球面 $(x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 4$ 上を動くとする。このとき、線分 PQ の長さの最小値は (キ) である。

(3) $x \geq 0$ のとき、 $x^3 + 32 \geq px^2$ が成り立つような定数 p の最大値は (ク) である。

(4) 数直線上を動く点 P がある。原点を出発して、さいころを1回振るごとに、1か2の目が出たときは数直線上を正の向きに3だけ進み、3か4か5か6の目が出たときは数直線上を負の向きに2だけ進むものとする。さいころを5回振るとき、点 P がちょうど原点の位置にくる確率は (ケ) である。

(5) 赤球2個、白球2個、黒球2個が入っている袋を考える。いま、袋から球を1つ取り出して、球の色が黒の場合は袋に戻し、それ以外の場合は球を手元に残しておくとする。この試行を4回繰り返したとき、手元に赤球2個、白球1個が残る確率は (コ) である。

Ⅲ 三角形 ABC は $AB=2$, $AC=7$ であるとする。 $\angle A$ の大きさを θ ($0^\circ < \theta < 180^\circ$)

とする。三角形 ABC の重心を G, 外心を O とする。また, $\overrightarrow{AO} = s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$ と

なる実数 s, t を考える。次の にあてはまる最も適当な数または式を
解答欄に記入しなさい。

(1) \overrightarrow{AG} を $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ を用いて表すと $\overrightarrow{AG} =$ (サ) となる。

(2) $\theta = 120^\circ$ のとき s, t を求めてみよう。辺 AB, 辺 AC の中点をそれぞれ M,

N とする。 \overrightarrow{AB} と \overrightarrow{MO} が直交し, \overrightarrow{AC} と \overrightarrow{NO} が直交することから s, t に関す

る連立方程式が得られる。これを解くと $s =$ (シ), $t =$ (ス) で
ある。

(3) $\cos\theta = x$ とする。(2) と同様にして s, t を x のみの式で表すと

$s =$ (セ), $t =$ (ソ) となる。特に, 線分 GO を 1:3 に外分する

点 P は $x =$ (タ) のとき, 辺 AC 上にあり, $\frac{AP}{PC} =$ (チ) で
ある。

IV $0 \leq t \leq 1$ とする。直線 $l: y = t(x + 1)$ と $l': y = (t - 1)x$ を考える。放物線 $y = x(x + 1)$ と直線 l で囲まれた部分を A とする。このとき、以下の問いに答えなさい。

(1) A の面積を t の関数として求めなさい。

(2) 2つの直線 l と l' の交点を求めなさい。

(3) 放物線 $y = x(x + 1)$ と直線 l' で囲まれた部分を B とする。 A と B の和集合の面積 $S(t)$ を、 t の関数として求めなさい。

(4) (3) で求めた関数 $S(t)$ の最小値を求めなさい。

V 座標平面において x 軸と 2 直線 $l: y = x + 4$, $l': y = -x + 6$ で囲まれた三角形の面積を S_1 とする。 a は正の数で $a \neq 1$ とする。次の問いに答えなさい。

(1) x 軸および直線 l と直線 $y = ax$ で囲まれた三角形の面積を S_2 とする。

$S_1 = S_2$ となるような正の数 a をすべて求めなさい。

(2) 2 直線 l , l' と直線 $y = ax$ で囲まれた三角形の面積を S_3 とする。 $S_1 = S_3$ となるような正の数 a をすべて求めなさい。