

[I] 以下の問の (1) ~ (29) に当てはまる適切な数値またはマイナス符号(−)をマークしなさい。

- (1) a を実数とするとき、3次方程式 $x^3 + ax^2 - 3x + 10 = 0$ の解の1つが $x = 2 - i$ (i は虚数単位) である。このとき、 a の値は (1)(2) であり、この方程式の実数解は $x =$ (3)(4) である。

- (2) $0 \leq x \leq \pi$ の範囲で定義された2つの関数

(i) $f(x) = \sqrt{3} \sin x + 3 \cos x$

(ii) $g(x) = 3 \sin^2 x + 6\sqrt{3} \sin x \cos x + 9 \cos^2 x - 2\sqrt{3} \sin x - 6 \cos x$

がある。このとき、 $f(x)$ がとりうる値の範囲は、

$$(5)(6) \leq f(x) \leq (7) \sqrt{(8)}$$

$g(x)$ がとりうる値の範囲は、

$$(9)(10) \leq g(x) \leq (11)(12) \text{ である。}$$

(3) 2点A(3,1), B(1,4)と, 円 $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$ がある。この円上を動く点Pと, A, Bとでできる△ABPの面積の最小値は $\boxed{(13)} - \sqrt{\boxed{(14)(15)}}$, 最大値は $\boxed{(16)} + \sqrt{\boxed{(17)(18)}}$ である。

(4) $\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{\boxed{(19)}} - \boxed{(20)}}{\boxed{(21)}}$ であり, $\cos 18^\circ = \frac{\sqrt{\boxed{(22)(23)}} + \boxed{(24)}\sqrt{\boxed{(25)}}}{\boxed{(26)}}$ である。

(5) 12^{60} は $\boxed{(27)(28)}$ 行の整数である。また, その最高位の数字は $\boxed{(29)}$ である。ただし,
 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

[II] 以下の問の $\boxed{(30)} \sim \boxed{(39)}$ に当てはまる適切な数値またはマイナス符号(ー)をマークしなさい。

xy 平面において、2つの放物線 $y = x^2 + ax$, $y = x^2 - 2ax$, およびこの2つの放物線と接する直線 ℓ がある。ただし, a は正の定数とする。

(1) ℓ の方程式は,

$$y = \frac{\boxed{(30)} \boxed{(31)}}{\boxed{(32)}} ax - \frac{\boxed{(33)}}{\boxed{(34)} \boxed{(35)}} a^2 \text{ である。}$$

(2) この2つの放物線と接線 ℓ で囲まれる図形の面積 S を a の式で表すと,

$$S = \frac{\boxed{(36)}}{\boxed{(37)} \boxed{(38)}} a^{\boxed{(39)}} \text{ である。}$$

[III] 以下の問の (40) ~ (59) に当てはまる適切な数値またはマイナス符号(ー)をマークしなさい。

1 から n までの自然数が 1 つずつ書かれた n 枚のカードがある。ただし、 $n \geq 3$ とする。これらのカードをよくまぜて 1 枚取り出したとき、そのカードに書かれた数字を x_1 とする。次にこのカードをもとに戻してからよくまぜて、1 枚のカードを取り出し、そのカードに書かれた数字を x_2 とする。同様の手順をあと 2 回行い、3 回目および 4 回目に取り出したカードに書かれた数字をそれぞれ x_3, x_4 とする。

(1) $n = 12$ のとき、 $x_1 < x_2$ となる確率は $\frac{(40)(41)}{(42)(43)}$ である。

(2) $n = 12$ のとき、 $x_1 < x_2 \leq x_3$ となる確率は $\frac{(44)(45)(46)}{(47)(48)(49)}$ である。

(3) $x_1 < x_2 < x_3$ かつ $x_3 > x_4$ となる確率を $\frac{f(n)}{n^4}$ とすると、

$$f(n) = \frac{(50)}{(51)} n^4 - \frac{(52)}{(53)(54)} n^3 + \frac{(55)}{(56)} n^2 - \frac{(57)}{(58)(59)} n \text{ である。}$$

[IV] 以下の問の (60) ~ (75) に当てはまる適切な数値またはマイナス符号(−)をマークしなさい.

空間に 3 点 A(1, 0, 0), B(0, −2, 0), C(0, 0, 4) がある. △ABC の外接円の中心を P とする.
P を通り平面 ABC に垂直な直線をひき, この直線上に点 Q をとる.

(1) P の x 座標は $\frac{(60)}{(61)(62)}$ である.

(2) △ABC の外接円上の 1 つの点を R とする. $\angle PRQ = 60^\circ$ のとき, Q の x 座標は

$$\frac{(63)}{(64)(65)} \pm \frac{(66)(67)}{(70)(71)} \sqrt{(68)(69)} \text{ である.}$$

(3) (2)のとき, 四面体 QABC の体積は $\frac{(72)}{(75)} \sqrt{(73)(74)}$ である.