

# 物 理

## 1. 以下の文章中の   に適切な数または式を記入しなさい。

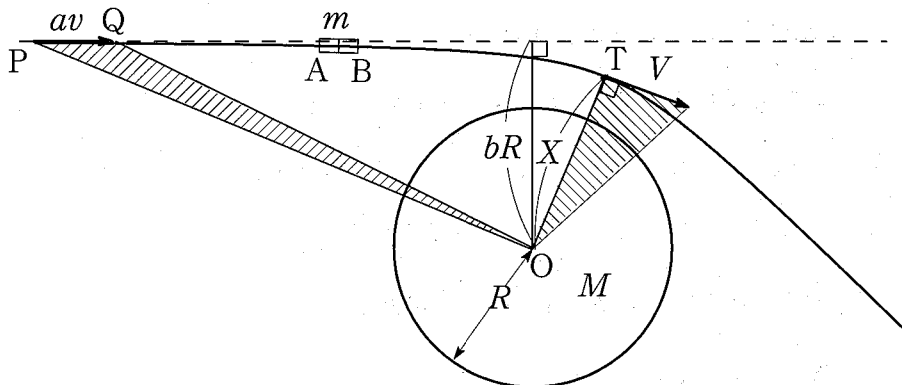
人工衛星が地表すれすれを等速円運動するとき、その速さ  $v$  は第一宇宙速度と呼ばれる。地球を質量  $M$ 、半径  $R$  の静止した球とし、万有引力定数を  $G$  とすると、万有引力が円運動の向心力となることから、第一宇宙速度は  $v = \text{(ア)}$  と表される。ただし空気抵抗はないものとする。一方、地上から打ち上げた人工衛星が無限の遠方にまで飛び去ってしまう最小の初速度は、第二宇宙速度と呼ばれる。これは、力学的エネルギー保存則により第一宇宙速度  $v$  の  $\text{(イ)}$  倍であることがわかる。

図のように、宇宙船が地球の重力の作用だけで地球に戻ることを考える。質量  $m$  の宇宙船の速さは、地球から遠く離れた点 P において、第一宇宙速度の  $a$  倍の速さ  $av$  である。点 P では地球からの万有引力を無視できるとすると、宇宙船の力学的エネルギーは  $\text{(ウ)}$  である。点 P での宇宙船の軌道を延長した直線と中心 O との距離を半径  $R$  の  $b$  倍とする。ただし、 $b > 1$  である。このときの面積速度は、点 O と点 P、および点 P から単位時間直進した後の宇宙船の位置 Q の三点を結んでできる三角形 OPQ (斜線) の面積である。したがって、面積速度は  $\text{(エ)}$  と求められる。

その後、宇宙船が地球に近づくと、万有引力のためにその軌道は地球の中心 O に向かって曲げられる。地球に最も近づいた位置を点 T として、距離 TO を  $X$ 、点 T における宇宙船の速さを  $V$  とすると、点 T での面積速度は  $\text{(オ)}$  である。一方、点 T では地球からの万有引力も考慮して、宇宙船の力学的エネルギーは  $\text{(カ)}$  となる。

以下では、宇宙船が地球をかすめるように通過する場合を考える。このとき最接近距離は地球の半径であるから、 $X = R$  である。ケプラーの第二法則により、面積速度は一定、すなわち  $\text{(エ)} = \text{(オ)}$  であることを用いると、最接近点での速さは  $V_0 = \text{(キ)}$  である。さらに、力学的エネルギー保存則も成り立つので、 $\text{(ウ)} = \text{(カ)}$  である。これと  $\text{(ア)}$  の結果を用いると、変数として  $a$  だけを含む式で、 $b$  は  $b = \text{(ク)}$  と表される。

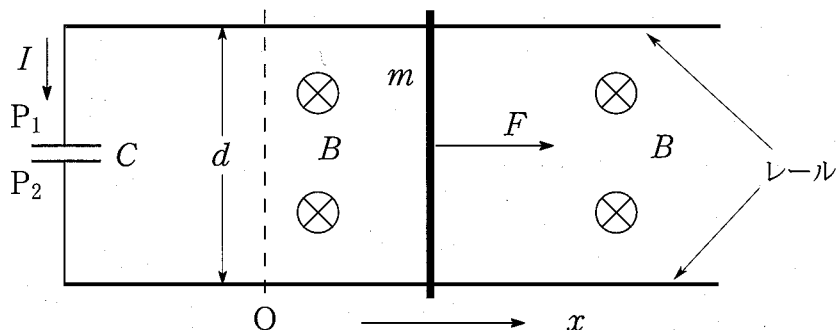
しかし、この速さ  $V_0$  は第二宇宙速度より大きいため、宇宙船は地球をかすめた後、無限の遠方に飛び去ってしまう。そこで最接近点で宇宙船の一部分 B を進行方向前方に打ち出して、残りの部分 A に地表すれすれの等速円運動をさせた。このとき、A と B の質量が等しいとすると、A から見た B を打ち出す速さは、 $V_0$  と  $v$  を用いて  $\text{(ケ)}$  と表される。



## 2. 以下の文章中の   に適切な数または式を記入しなさい。

図のように、導体でできた2本のレールが、同一水平面上に距離  $d$  隔てて平行に置かれている。このレール上を質量  $m$  の導体棒がレールと直交したまま摩擦なしで動く。これらは磁束密度の方向が鉛直下向きで大きさが  $B$  の一様な磁場（磁界）中に置かれている。2本のレールの左端には、電気容量  $C$  のコンデンサーが導線で接続されており、その極板を  $P_1$ ,  $P_2$  とする。レールと平行で図の矢印の方向を  $x$  方向とする。最初、コンデンサーに電荷はなく、導体棒は図中の破線の位置  $O$  に静止していた。時刻  $t = 0$  以後、導体棒に  $x$  方向を向いた大きさ一定の外力  $F$  が加えられ、導体棒は動き始めた。ただし、レール、導体棒、導線、およびそれらの接触点の電気抵抗は無視できるものとし、回路を流れる電流により生じる磁束密度も無視できるものとする。

- (1) 時刻  $t$  ( $t > 0$ ) で導体棒の速さが  $v$  のとき、誘導起電力によりコンデンサーの極板間に電位差 (ア) が生じ、極板  $P_1$  には電荷  $Q =$  (イ) が蓄えられる。
- (2) このとき、極板  $P_1$  に電流  $I$  が流れ込んでいる。この電流  $I$  が導体棒にも流れていることを考慮すると、導体棒の  $x$  方向の加速度を  $a$  として、その運動方程式は  $ma =$  (ウ) と表される。
- (3)  $\Delta t$  を微小時間とすると、時刻  $t$  から  $t + \Delta t$  の間に極板  $P_1$  の電荷は、 $Q$  から  $Q + \Delta Q$  に変化する。電荷の変化分  $\Delta Q$  は、電流  $I$  を用いて  $\Delta Q =$  (エ) と表される。また、この  $\Delta t$  の間に導体棒の速さが  $v$  から  $v + \Delta v$  に変化したとすると、 $\Delta Q$  と  $\Delta v$  の間には (イ) と同様の関係が成り立つ。これより、導体棒の加速度は電流  $I$  を用いて  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} =$  (オ) と表すことができる。この結果と運動方程式を用いて  $I$  を消去し加速度を求めると、 $a =$  (カ) となる。このことから、導体棒は等加速度運動をすることがわかる。
- (4) 導体棒が初めの位置  $O$  から距離  $L$  だけ進む間に外力  $F$  のした仕事は (キ) である。また、距離  $L$  進んだ後の極板  $P_1$  の電荷  $q$  は、(イ) を考慮すると、 $L$  と加速度  $a$  を用いて  $q =$  (ク) と表される。この時にコンデンサーに蓄えられている静電エネルギーは、 $q$  を用いて (ケ) と表される。したがって、外力のした仕事 (キ) のうち静電エネルギー (ケ) として蓄えられる割合は、 $m$ ,  $C$ ,  $B$ ,  $d$  を用いて (コ) と表される。



3. 以下の文章中の  に適切な数または式を記入しなさい。ただし (エ) には, { } 中の正しい数値に対応する番号を選んで記入しなさい。

波長  $\lambda$  の単色光が, 左下図のように, 単スリット  $S_0$  と 2 本のスリット  $S_1, S_2$  を通過すると, スクリーン上に干渉縞を生じた。スリット  $S_1$  と  $S_2$  の間隔は  $2d$  であり,  $S_1$  および  $S_2$  からスクリーンまでの距離は  $L$  である。スクリーンに平行に  $x$  座標軸をとり, スリット  $S_1$  と  $S_2$  の垂直 2 等分線とスクリーンとの交点  $O$  を  $x = 0$  とする。さらに, スクリーン上の干渉縞の明線に順番に番号を付け, 点  $O$  ( $x = 0$ ) にある明線を  $m = 0$ , すぐ隣の明線を  $m = 1$ , などとする。また,  $m = 1$  の明線の座標を  $x = \Delta x$  ( $\Delta x > 0$ ) とする。なお, 装置全体は真空中に配置されているとする。

$m = 1$  の明線から  $S_1$  までの距離  $l_1$  は  $d, L, \Delta x$  を用いて  $l_1 =$  (ア) と表される。同様に  $m = 1$  の明線から  $S_2$  までの距離  $l_2$  も求めることができる。距離  $L$  が  $d, \Delta x$  に比べて非常に大きい場合,  $\alpha$  の絶対値が 1 より十分小さいときに成り立つ近似式  $\sqrt{1+\alpha} \doteq 1 + \frac{\alpha}{2}$  を用いることができ,  $l_2 - l_1 \doteq$  (イ) と表される。これより  $\Delta x$  は波長  $\lambda$  を用いて  $\Delta x =$  (ウ) と表される。また,  $m$  が 1 でない場合でも, この近似式を用いることができるときには, 隣り合う明線の間隔は一定で  $\Delta x$  となる。

光の振動数を  $6 \times 10^{14}$  Hz,  $d$  を  $1 \times 10^{-4}$  m,  $L$  を 2 m とするとき, 光の速さはおおよそ

(エ) { ①  $3 \times 10^7$ , ②  $3 \times 10^8$ , ③  $3 \times 10^9$ , ④  $3 \times 10^{10}$ , ⑤  $3 \times 10^{11}$  } m/s であるから, 明線の間隔は有効数字 1 桁で (オ) である。((オ) では単位を付けて記入しなさい。)

スクリーン上の位置  $x = k\Delta x$  ( $k$  は 2 以上の整数) には  $k$  番目の明線がある。ここで入射光の波長を  $\lambda$  から徐々に長くすると, 位置  $k\Delta x$  での明るさが徐々に弱くなり, 最も暗くなったのち再び極大の明るさに戻った。戻ったときの光の波長  $\lambda'$  は,  $k, \lambda$  を用いて  $\lambda' =$  (カ) と表される。

左下図のスリット  $S_1$  と  $S_2$  の代わりに, 右下図のように分割した薄い凸レンズを用いて同様な実験を行うことができる。焦点距離  $f$  のレンズを中央で 2 分割し, 部分  $E_1$  を  $x$  方向に距離  $s$ , 部分  $E_2$  を  $-x$  方向に距離  $s$  だけ移動させる。また,  $E_1$  と  $E_2$  のまわりには光をしゃへいする物を置く。単スリット  $S_0$  からスクリーン上の点  $O$  の向きに  $y$  軸を取り, レンズは  $y = 0$ ,  $S_0$  は  $y = -a$  ( $a > f > 0$ ) の位置にあるとする。

$E_1, E_2$  によって光が集まる位置をそれぞれ  $P_1, P_2$  とする。 $P_1$  の  $y$  座標を  $y_0$  とすると,  $\frac{1}{a} + \frac{1}{y_0} =$  (キ) が成り立つ。これより,  $P_1$  の  $x$  座標を  $d$  とするためには,  $s$  は  $a, f, d$  を用いて  $s =$  (ク) とすればよい。このとき  $P_1, P_2$  から  $L$  だけ離れたスクリーン上には, 左下図と同様の干渉縞がより明るく観測される。

