

I 座標平面上の点 (x, y) が

$$x^2 - 2xy + 2y^2 = 4$$

をみたして動くとき,

(1) $x + y$ の最大値は $\boxed{(1)} \sqrt{\boxed{(2)}}$ であり,

(2) $\frac{x}{y+4}$ の最大値は

$$\frac{\boxed{(3)} \boxed{(4)} + \sqrt{\boxed{(5)}}}{\boxed{(6)} \boxed{(7)}}$$

である。

II 関数 $A(x)$ を実数 x の範囲によってつぎのように定める。

$$A(x) = \begin{cases} x & 0 \leqq x < 1 \\ -x + 2 & 1 \leqq x < 2 \\ 0 & x < 0 \text{ または } x \geqq 2 \end{cases}$$

関数 $B(x)$ を

$$B(x) = 2 \int_0^1 A(x-t) dt$$

で定めると

$$B(x) = \begin{cases} x^2 & 0 \leqq x < 1 \\ \boxed{(8)} \boxed{(9)} x^2 + \boxed{(10)} \boxed{(11)} x + \boxed{(12)} \boxed{(13)} & 1 \leqq x < 2 \\ \boxed{(14)} \boxed{(15)} x^2 + \boxed{(16)} \boxed{(17)} x + \boxed{(18)} \boxed{(19)} & 2 \leqq x < 3 \\ 0 & x < 0 \text{ または } x \geqq 3 \end{cases}$$

となる。このとき $B(\boxed{(20)} \boxed{(21)} - x) = B(x)$ が成り立ち, $B(x)$ ($-5 \leqq x \leqq 5$) の最大値は
 $\frac{\boxed{(22)} \boxed{(23)}}{\boxed{(24)} \boxed{(25)}}$ であり, $\int_{-5}^5 B(x) dx = \boxed{(26)} \boxed{(27)}$ である。

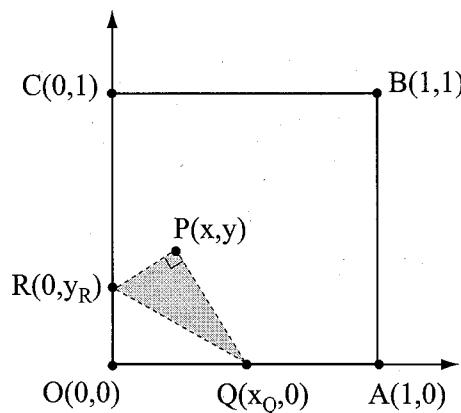
III (1) $P(x, y)$ を 4 点 $O(0, 0), A(1, 0), B(1, 1), C(0, 1)$ で作られる正方形の内部または境界上の点, Q は線分 OA 上の点, R は線分 OC 上の点とする。このとき, 条件

$$|PQ| = |OQ|, \quad |PR| = |OR|, \quad \angle QPR = 90^\circ$$

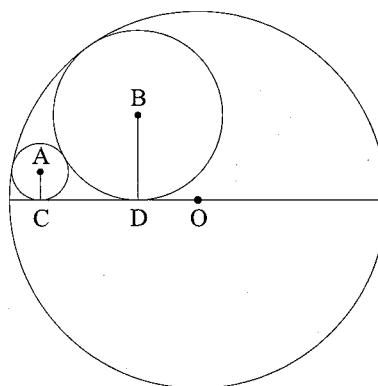
をみたす点 P 全体がつくる図形の面積は

$$\frac{\pi}{\boxed{(28)} \boxed{(29)}} + \boxed{(30)} \boxed{(31)}$$

である。



(2) 半径 1 の円 A と 半径 3 の円 B は, 下図のように, 互いに外接し, 円 O に内接し, 円 O の直径に C, D でそれぞれ接している。このとき, 線分 CD の長さは $\boxed{(32)} \sqrt{\boxed{(33)}}$ であり, 円 O の半径は $\frac{\boxed{(34)}}{\boxed{(35)}} \left(\boxed{(36)} + \sqrt{\boxed{(37)}} \right)$ である。



IV (1) m, n は 0 以上の整数とする。 n 以下の素数の個数を $f(n)$ と書く。定義より $f(0) = f(1) = 0$ であり, $f(20) = \boxed{(38)(39)}$ である。 $f(n)$ が m 以上であるような n の最小値を $g(m)$ と書く。このとき,

$$g(0) = \boxed{(40)(41)}, \quad g(1) = \boxed{(42)(43)}, \quad g(10) = \boxed{(44)(45)}$$

である。

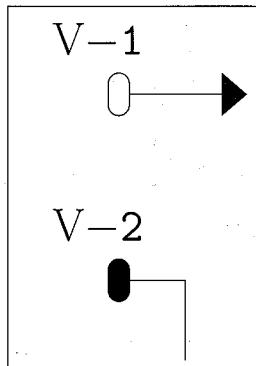
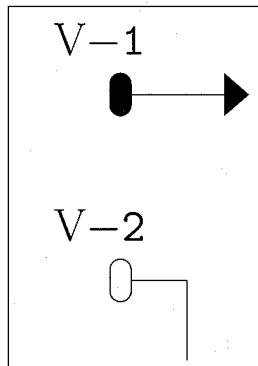
(2) つぎの 1 から 6 の文中の空欄にあてはまるものを後述の選択肢 (1) ~ (4) のうちから 1 つ選び、番号で答えなさい。文中 x, y はともに実数とする。

1. 「 $x > 0$ 」は「 $x \geq 0$ 」のための $\boxed{(46)}$ 。
2. 「 $x = 0$ 」は「 $x^2 + y^2 = 0$ 」のための $\boxed{(47)}$ 。
3. 「 $xy = 0$ 」は「 $x = 0$ かつ $y = 0$ 」のための $\boxed{(48)}$ 。
4. 「 $x^2 + y^2 = 1$ 」は「 $x + y = 0$ 」のための $\boxed{(49)}$ 。
5. 「すべての x について $xy = 0$ である」は「 $y = 0$ 」のための $\boxed{(50)}$ 。
6. 「 $(xy)^2$ が無理数である」は「 x または y が無理数である」のための $\boxed{(51)}$ 。

[選択肢]

- (1) 必要十分条件である
- (2) 十分条件であるが必要条件ではない
- (3) 必要条件であるが十分条件ではない
- (4) 必要条件でも十分条件でもない

V つぎの **1**, **2** のうち、いずれか 1 問を選択し答えなさい。**1** を選択する場合、解答用紙の V-1 () をマークし、**2** を選択する場合、V-2 () をマークしなさい。



1 実数 x に対して x を超えない最大の整数を $\lfloor x \rfloor$ と書く。いま、自然数 n に対して、
2 次方程式

$$x^2 - 2x - n = 0$$

の正の解を a_n とし、 $b_n = \lfloor a_n \rfloor$ とする。このとき、 $b_{20} = \boxed{(101)}$ であり、 b_n が 10 以上となるのは $n \geq \boxed{(102)} \boxed{(103)}$ のときである。また、 $S_n = \sum_{k=1}^n b_k$ とすると、 $S_{50} = \boxed{(104)} \boxed{(105)} \boxed{(106)}$ である。

一般につぎが成り立つ。

$$S_{n^2} = \frac{1}{6} \left(\boxed{(107)} \boxed{(108)} n^3 + \boxed{(109)} \boxed{(110)} n^2 + \boxed{(111)} \boxed{(112)} n + \boxed{(113)} \boxed{(114)} \right)$$

2 数列 $\{a_n\}$ は、最初の 2 項がともに 1 であり、一般項が直前の 2 項の和となつてゐるときフィボナッチ数列とよばれる。すなわち a_n は

$$a_n = \begin{cases} 1 & (n = 1) \\ 1 & (n = 2) \\ a_{n-1} + a_{n-2} & (n \geq 3) \end{cases}$$

によって定義される。

つきのプログラムは、フィボナッチ数列の最初の 20 項を出力するものである。選択肢から空欄を埋めるもつとも適切なものを選び、その番号を答えなさい。

100 LET A =

(201)	(202)
-------	-------

110 LET B =

(203)	(204)
-------	-------

120 LET N = 0
130 IF

(205)	(206)
-------	-------

 THEN GOTO

(207)	(208)
-------	-------

140 LET N = N+1
150 LET B =

(209)	(210)
-------	-------

160 LET A =

(211)	(212)
-------	-------

170 PRINT B
180 GOTO

(213)	(214)
-------	-------

190 END

[選択肢]

- | | | |
|-----------------|-----------------|--------------|
| (10) 100 | (11) 110 | (12) 120 |
| (13) 130 | (14) 140 | (15) 150 |
| (16) 160 | (17) 170 | (18) 180 |
| (19) 190 | (20) 0 | (21) 1 |
| (22) 2 | (23) 3 | (24) -1 |
| (25) A | (26) B | (27) N |
| (28) N + 1 | (29) N - 1 | (30) A + B |
| (31) A - B | (32) B - A | (33) A * B |
| (34) INT(A / B) | (35) INT(B / A) | (36) A + N |
| (37) N > 20 | (38) N < 20 | (39) N <> 20 |
| (40) N = 19 | (41) N = 20 | (42) N = 21 |
| (43) N > A | (44) N > B | (45) N = A |
| (46) N < A | (47) N < B | (48) N = B |