〔 I 〕 以下の問の $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{ノ}$ に当てはまる適切な数値またはマイナス符号(−)をマークしなさい.
(30 点)

(1) (i) x^5-1 を x^2-1 で割ったときの余りは $\boxed{ア}\,x-\boxed{イ}$ である.

(ii) $(x^5-1)^3$ を x^2-1 で割ったときの余りは $\boxed{ウ}\,x-\boxed{エ}$ である.

(2) △OAB において, $\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とする.
$|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=2$, $|\vec{a}-2\vec{b}|=\sqrt{7}$ のとき

(i) $\vec{a}\cdot\vec{b}$ の値は $\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$ である.

(ii) △OAB の面積は $\dfrac{\boxed{キ}\sqrt{\boxed{ク}}}{\boxed{ケ}}$ である.

(3) 大, 中, 小の 3 個のさいころを同時に投げるときの目をそれぞれ x, y, z とする.

(i) $x+y+z \geqq 8$ となる確率は $\dfrac{\boxed{コサシ}}{\boxed{スセソ}}$ である.

(ii) $3x+2y+z$ の期待値は $\boxed{タチ}$ である.

(4) 次の等式を満たす関数 $f(x)$ は, $x=1$ で最小値をとり, $f(3)=7$ である.

$$\int_0^x \{f(t)+9t\}\,dt = x^3+ax^2-bx \quad (a,\ b \text{ は定数})$$

このとき, a の値は $\dfrac{\boxed{ツ}}{\boxed{テ}}$, b の値は $\boxed{ト}$ である.

(5) x についての 2 次方程式 $8x^2-4x-a=0$ (a は定数) の 2 つの解は $\sin\theta$, $\cos\theta$ である.
このとき, a の値は $\boxed{ナ}$ であり,
$\dfrac{\sin^2\theta+1}{\cos\theta}+\dfrac{\cos^2\theta+1}{\sin\theta}$ の値は $\dfrac{\boxed{ニヌネ}}{\boxed{ノ}}$ である.

〔**II**〕 以下の問の $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{サ}$ に当てはまる適切な数値またはマイナス符号(－)をマークしなさい．(14 点)

xy 平面において，O は原点，P は曲線 $x^2+y^2=4 \quad (x \geqq 0, y \geqq 0)$ 上を点 $(2,0)$ から点 $(0,2)$ まで動く点とする．OP を $1:2$ に内分する点を H とする．H を通り OP に垂直な直線と放物線 $y=x^2-\dfrac{13}{3}$ との交点で，x 座標が正の交点を Q とする．

(1) Q の x 座標のとりうる値の範囲は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}} \leqq x \leqq \sqrt{\boxed{ウ}}$ である．

(2) △OPQ の面積が最小となるときの Q の x 座標は $\dfrac{\sqrt{\boxed{エオカ}}}{\boxed{キ}}$ であり，

このときの △OPQ の面積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{クケコ}}}{\boxed{サ}}$ である．

〔III〕 以下の問の $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{キ}$ に当てはまる適切な数値またはマイナス符号(−)をマークしなさい.
(14 点)

xy 平面において，次の連立不等式の表す領域を D とする.

$$\begin{cases} \log_3\sqrt{-2x+6} - \log_9|2y| > \log_{\frac{1}{9}}(x+2) \cdots\cdots ① \\ 2^{x-2} < 4^y \cdots\cdots ② \end{cases}$$

(1) ①を変形すると，$|y| < -\boxed{ア}x^2 + \boxed{イ}x + \boxed{ウ}$ である.

(2) 領域 D に含まれる点 (x, y) のうち，x，y がともに整数である点の個数は $\boxed{エオ}$ 個である.

(3) (2)の点で，$\sqrt{3}\,x + y$ の値を最大にする点の座標は ($\boxed{カ}$, $\boxed{キ}$) である.

〔IV〕 以下の問の$\boxed{\text{ア}}$～$\boxed{\text{シ}}$に当てはまる適切な数値またはマイナス符号(−)をマークしなさい.
(14 点)

$a_1 = 3$, $4a_{n+1} = 12a_n - 2\cdot 3^{n-1}n + 3^{n-1}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ で表される数列 $\{a_n\}$ がある.

(1) $\dfrac{a_n}{3^n} = b_n$ とおくとき, $b_{n+1} - b_n$ を n の式で表すと

$$\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}n + \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$$ である.

(2) a_n を n の式で表すと $-\dfrac{3^{n-2}}{\boxed{\text{ク}}}(n^2 - \boxed{\text{ケ}}\,n - \boxed{\text{コサ}})$ である.

(3) $S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k$ とおくとき, S_n を最大にする n の値の中で最も小さいものは$\boxed{\text{シ}}$である.

〔**V**〕 以下の問の $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{シ}$ に当てはまる適切な数値またはマイナス符号(−)をマークしなさい.

(14 点)

$0 \leqq \theta \leqq \pi$ の範囲で定義された 3 つの θ の関数

$$f(\theta) = \cos 3\theta - 2\cos 2\theta + \cos\theta$$

$$g(\theta) = 2\cos\theta + a \quad (a \text{ は定数})$$

$$h(\theta) = b\cos 2\theta + \cos\theta + 2 + b \quad (b \text{ は定数})$$

について

(1) $f(\theta) = g(\theta)$ を満たす θ の個数が 2 個であるための a の値の範囲は

$$\boxed{アイ} \leqq a < \frac{\boxed{ウエ}}{\boxed{オカ}}$$ である.

(2) $f(\theta) = h(\theta)$ を満たす θ の個数が 3 個であるための b の値の範囲は

$$\frac{\boxed{キク}}{\boxed{ケ}} \leqq b \leqq \frac{\boxed{コサ}}{\boxed{シ}}$$ である.

〔**VI**〕 以下の問の $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{ス}$ に当てはまる適切な数値またはマイナス符号(－)をマークしなさい. (14 点)

xy 平面において，曲線Cを $y=|x^2+2x-3|$，直線 ℓ を点 $(-3,0)$ を通る傾き m の直線とする.

(1) Cと ℓ が点 $(-3,0)$ 以外の異なる 2 点で交わるための m の値の範囲は $\boxed{ア}<m<\boxed{イ}$ である.

(2) (1)の m の値の範囲において，Cと ℓ で囲まれる図形の面積 S を m の式で表すと

$$S=-\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}m^3+\boxed{オ}m^2-\boxed{カ}m+\frac{\boxed{キク}}{\boxed{ケ}}$$ である.

(3) (1)の m の値の範囲において，面積 S が最小となるときの m の値は

$m=\boxed{コサ}-\boxed{シ}\sqrt{\boxed{ス}}$ である.