

I 次の にあてはまる最も適当な数を解答欄に記入しなさい。

(1) 放物線 $y = x^2 + ax - 2$ の頂点が直線 $y = 2x - 1$ 上にあるとき、定数 a の

値は $a =$ (ア) である。

(2) 方程式 $\log_{81} x = -\frac{1}{4}$ を解くと、解は $x =$ (イ) である。

(3) 直線 $4x + 3y = 8$ が円 $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ によって切り取られてでき

る線分の長さは (ウ) である。

(4) $(3x^2 + x - 2)^5$ の展開式における x^6 の係数は (エ) である。

(5) $-4 \leq p \leq 6$ かつ $-4 \leq q \leq 6$ を満たす整数の組 (p, q) のうち、2次方

程式 $x^2 + px + q = 0$ が異なる2つの正の解をもつような組 (p, q) は全部で

(オ) 個ある。

Ⅱ 次の にあてはまる最も適当な数または式を解答欄に記入しなさい。

(1) 次の数列の第 n 項 a_n をとする。

1, 1, 2, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 5, 1, ……

このとき, $a_{450} =$ (カ) である。また, 自然数 m に対して, $a_n = m$ と

なる最小の自然数 n を m を用いて表すと $n =$ (キ) である。

(2) 正の実数 a に対して, 傾きが $-a$ で点 $(4, 3)$ を通る直線を ℓ とする。

また, 直線 ℓ , x 軸, y 軸で囲まれた三角形の面積を S とする。 S を a を

用いて表すと $S =$ (ク) である。また a が正の実数全体を動くとき

S の最小値は (ケ) である。

(3) 関数 $y = 2 \sin x + 3 \cos x$ の $0 \leq x \leq \pi$ における最大値は (コ) で

あり, 最小値は (サ) である。

(4) 関数 $f(x) = \int_3^x (x+3t)(x-t) dt$ を x の式で表すと $f(x) =$ (シ)

である。また, 関数 $f(x)$ の $-4 \leq x \leq 4$ における最大値は (ス) で

ある。

(5) (i) 2008 は, ちょうど 3 種類の数字を用いて表せる 4 桁の自然数である。

(実際に 2008 は 0, 2, 8 の 3 種類の数字を用いて表せる。) このように, ちょ

うど 3 種類の数字を用いて表せる 4 桁の自然数は全部で (セ) 個ある。

(ii) 2008 は, 各位の数字の和が 10 になる 4 桁の自然数である。(実際に

2008 の各位の数字の和は $2 + 0 + 0 + 8 = 10$ である。) このように, 各位の

数字の和が 10 になる 4 桁の自然数は全部で (ソ) 個ある。

Ⅲ 次の にあてはまる最も適当な数または式を解答欄に記入しなさい。

平面上に平行四辺形 ABCD と点 P があり、 $4\overrightarrow{AP} + 3\overrightarrow{BP} + 2\overrightarrow{CP} + \overrightarrow{DP} = \vec{0}$ が成り立っているとする。

このとき \overrightarrow{AP} を \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AD} を用いて表すと $\overrightarrow{AP} =$ (タ) と表せる。これより、直線 AP と直線 BD の交点を Q として、 $\overrightarrow{BQ} = s\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{AP} = t\overrightarrow{AQ}$ とすると、 $s =$ (チ) , $t =$ (ツ) である。

また、平行四辺形 ABCD の面積を S , 三角形 PAB の面積を S_1 , 三角形 PCD の面積を S_2 とすると、 $\frac{S_1}{S} =$ (テ) , $\frac{S_2}{S} =$ (ト) である。

IV 関数 $f(x)$ を $f(x) = |x^2 - 4| - 3x$ で定める。次の問いに答えなさい。

(1) 関数 $y = f(x)$ のグラフをかきなさい。

(2) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた図形の面積 S を求めなさい。

(3) 関数 $y = f(x)$ のグラフと直線 $y = -x + k$ の共有点の個数が 4 個であるように、定数 k の値の範囲を求めなさい。

V 3 辺の長さが相異なる自然数である三角形について考える。この三角形の 3 辺の長さを a, b, c ($a < b < c$) とし、三角形の周の長さを ℓ とする。また、三角形の面積を S とする。次の問いに答えなさい。

(1) この三角形の最も大きい角の大きさを θ とするとき、 $\cos \theta$ の値を a, b, c を用いて表しなさい。

(2) 上の (1) を利用して、次の関係式が成り立つことを示しなさい。

$$16S^2 = \ell(\ell - 2a)(\ell - 2b)(\ell - 2c)$$

(3) S が自然数であるとき、 ℓ は偶数であることを示しなさい。

(4) $S = 6$ となる組 (a, b, c) を求めなさい。

(5) S の値が互いに異なる 2 つの素数の積になるのは、 $S = 6$ の場合に限ることを示しなさい。