

I. 以下の問いに答えよ。

(i)  $x > 1$  のとき,  $4x^2 + \frac{1}{(x+1)(x-1)}$  の最小値は  $\boxed{(1)}$  で, そのときの  $x$

の値は  $\frac{\sqrt{\boxed{(2)}}}{\boxed{(3)}}$  である。

(ii) 次の 2 式

$$\begin{cases} p + q = 7 \\ 3^p \cdot 4^q = 32 \end{cases}$$

を満たす実数  $p$  と  $q$  を,  $\alpha = \log_2 3$  を用いて表すと,

$$p = \frac{\boxed{(4)}}{\boxed{(5)} - \alpha}, \quad q = \frac{\boxed{(6)} - \boxed{(7)}\alpha}{\boxed{(8)} - \alpha}$$

である。

(iii)  $a, b, c$  を整数とし,  $a$  を 2 以上 50 以下の偶数とする。 $a, b, c$  がこの順で等比数列であり,  $b, c, \frac{2}{9}a$  がこの順で等差数列であるとする。このような整数の組  $(a, b, c)$  を, 解答用紙 B の (ア) 欄にすべて記せ。

II.  $AB = 7$ ,  $AC = 6$ ,  $BC = 8$ である  $\triangle ABC$ を考える。

(i)  $\triangle ABC$ の面積は  $\frac{\boxed{(9)} \boxed{(10)} \sqrt{\boxed{(11)} \boxed{(12)}}}{\boxed{(13)}}$  である。また、 $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ の内積は  $\frac{\boxed{(14)} \boxed{(15)}}{\boxed{(16)}}$  である。

(ii) 頂点Cから直線ABに下ろした垂線と直線ABとの交点をPとすると、

$$\overrightarrow{AP} = \frac{\boxed{(17)}}{\boxed{(18)} \boxed{(19)}} \overrightarrow{AB}$$

である。また、 $\triangle ABC$ の外心をOとすると、

$$\overrightarrow{AO} = \frac{\boxed{(20)} \boxed{(21)}}{\boxed{(22)} \boxed{(23)} \boxed{(24)}} \overrightarrow{AB} + \frac{\boxed{(25)} \boxed{(26)}}{\boxed{(27)} \boxed{(28)}} \overrightarrow{AC}$$

と表せる。

(iii) 点Qを、 $\angle B$ の外角の二等分線と $\angle C$ の外角の二等分線の交点とする。

このとき、

$$\overrightarrow{AQ} = \frac{\boxed{(29)}}{\boxed{(30)}} \overrightarrow{AB} + \frac{\boxed{(31)}}{\boxed{(32)}} \overrightarrow{AC}$$

と表せる。

III. 男子7人，女子5人の12人の中から3人を選んで第1グループを作る。次に，残った人の中から3人を選んで第2グループを作る。

(i) 第1グループの男子の数が

$$0 \text{ 人である確率は } \frac{\boxed{(33)}}{\boxed{(34) \mid (35)}} ,$$

$$1 \text{ 人である確率は } \frac{\boxed{(36)}}{\boxed{(37) \mid (38)}} ,$$

$$2 \text{ 人である確率は } \frac{\boxed{(39) \mid (40)}}{\boxed{(41) \mid (42)}} ,$$

$$3 \text{ 人である確率は } \frac{\boxed{(43)}}{\boxed{(44) \mid (45)}} ,$$

である。

(ii) 第1グループも第2グループも男子の数が1人である確率は

$$\frac{\boxed{(46)}}{\boxed{(47) \mid (48)}} ,$$

である。また，第2グループの男子の数が1人である確率は

$$\frac{\boxed{(49)}}{\boxed{(50) \mid (51)}} ,$$

である。

(iii) 第2グループの男子の数が1人であるとき，第1グループの男子の数も1人である確率は

$$\frac{\boxed{(52)}}{\boxed{(53) \mid (54)}} ,$$

である。

IV. 関数  $f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x - 14$  を考える。曲線  $y = f(x)$  上の点  $P(a, f(a))$  と  $Q(b, f(b))$  について

(条件 1)  $P$  と  $Q$  は異なる 2 点である

(条件 2) 曲線  $y = f(x)$  の  $Q$  における接線が  $P$  を通る

が成り立っているとする。

(i) このとき、必ず  $a \neq \boxed{(55)}$  が成り立ち、 $b$  を  $a$  を用いて表すと、

$$b = \boxed{\quad (イ) \quad}$$

である。

(ii) さらに、曲線  $y = f(x)$  上の点  $R(c, f(c))$  について

(条件 3)  $Q$  と  $R$  は異なる 2 点である

(条件 4) 曲線  $y = f(x)$  の  $R$  における接線が、  
曲線  $y = f(x)$  の  $Q$  における接線と平行である

が成り立っているとする。このとき、 $c$  を  $a$  を用いて表すと、

$$c = \boxed{\quad (ウ) \quad}$$

である。

(iii) 上で求めた  $b$  と  $c$  について、 $f(x)$  の  $b$  から  $c$  までの定積分を  $a$  を用いて表すと、

$$\int_b^c f(x) dx = \boxed{\quad (エ) \quad}$$

である。