〔 I 〕 以下の問の $\boxed{(1)}$ ～ $\boxed{(31)}$ にあてはまる適切な数字またはマイナス符号(−)をマークしなさい。

(1) x と y は方程式

$$\log_2 7 + \log_{\frac{1}{2}}(y+5) = 2 - \log_2(x+2)$$

を満たす。

(i) $y=3$ のとき，$x = \dfrac{\boxed{(1)(2)}}{\boxed{(3)}}$ である。

(ii) x と y が整数で，不等式 $1000 < 2^{y-x} < 5000$ を満たすとき，$x = \boxed{(4)(5)}$，$y = \boxed{(6)(7)}$ である。

(2) xy 平面上に円 O : $x^2+y^2=9$ と円 C : $(x-5\sqrt{2})^2+y^2=4$，点 (a, a) を中心とする円 P がある。円 O は円 P に内接し，円 C は円 P に外接する。また，円 O と円 C の共通接線のうち，2つの接点の y 座標がいずれも負となるものを接線 l とする。ただし，a は $a>0$ とする。このとき，

(i) $a = \dfrac{\boxed{(8)}\sqrt{\boxed{(9)}}}{\boxed{(10)}}$ である。

(ii) 接線 l の方程式は $y = \dfrac{\boxed{(11)}}{\boxed{(12)}}x - \dfrac{\boxed{(13)(14)}\sqrt{\boxed{(15)}}}{\boxed{(16)}}$ であり，接線 l が円 P によって切り取られる線分の長さは $\boxed{(17)}$ である。

(3) 自然数の列

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \cdots\cdots$$

から3の倍数と5の倍数を除いて得られる数列を $\{a_n\}$ とおく。ただし，n は自然数とする。このとき，

(i) $a_5 = \boxed{(18)}$，$a_{10} = \boxed{(19)(20)}$，$a_{k+8} = a_k + \boxed{(21)(22)}$ である。

(ii) $\displaystyle\sum_{n=1}^{m} a_n > 2000$ を満たす最小の m の値は $\boxed{(23)(24)}$ である。

(4)　2次方程式 $x^2+ax+b=0$ は2つの実数解 $-k$，$-k+4$ をもち，2次方程式 $x^2+bx+a=0$ は少なくとも1つの正の実数解をもつ。ただし，k は自然数とする。このとき，

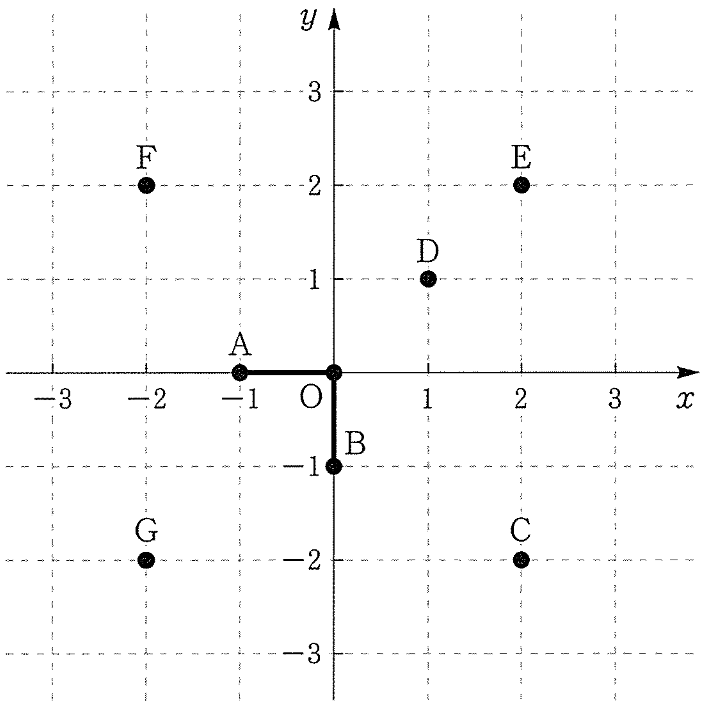
(i)　a，b を k の式で表すと，$a=\boxed{(25)}k-\boxed{(26)}$，$b=k^2-\boxed{(27)}k$ である。

(ii)　$a+b$ の値が最大のとき $b=\boxed{(28)(29)}$ であり，$a+b$ の値が最小のとき $b=\boxed{(30)(31)}$ である。

《〔Ⅱ〕〔Ⅲ〕〔Ⅳ〕は，13ページ以降にあります》

〔Ⅱ〕以下の問の $\boxed{(32)}$ ～ $\boxed{(40)}$ にあてはまる適切な数字またはマイナス符号(−)をマークしなさい。

xy 平面上に 8 点 O(0, 0), A(−1, 0), B(0, −1), C(2, −2), D(1, 1), E(2, 2), F(−2, 2), G(−2, −2) がある。これら 8 点を頂点とし，AO，OB を 2 辺とする八角形を作る。このとき，



(1) BD を 1 辺とする八角形は全部で $\boxed{(32)}$ 個できる。

(2) 合同である図形同士は 1 種類とするとき，八角形は全部で $\boxed{(33)}$ 種類できる。

(3) 全ての八角形の中で，周の長さが最小となる八角形の周の長さは

$\sqrt{\boxed{(34)}} + \boxed{(35)}\sqrt{\boxed{(36)}} + \sqrt{\boxed{(37)(38)}} + \boxed{(39)(40)}$ である。

〔Ⅲ〕以下の問の $\boxed{(41)}$ ～ $\boxed{(49)}$ にあてはまる適切な数字またはマイナス符号(－)をマークしなさい。

xyz 空間に4点 O(0, 0, 0)，A(10, 0, 0)，B(0, 10, 0)，C(0, 0, 10) を頂点とする四面体 OABC がある。点 P は辺 OA の中点，点 Q は辺 AB 上の点，点 S は三角形 OBC の重心，点 R は線分 AS と平面 CPQ の交点とする。三角形 APQ の面積は $\frac{75}{4}$ である。このとき，

(1) $\overrightarrow{CS}$ を $\overrightarrow{CB}$，$\overrightarrow{CO}$ で表すと，$\overrightarrow{CS} = \frac{\boxed{(41)}}{\boxed{(42)}}\overrightarrow{CB} + \frac{\boxed{(43)}}{\boxed{(44)}}\overrightarrow{CO}$ である。

(2) 点 Q は辺 AB を $\boxed{(45)}$: $\boxed{(46)}$ に内分する点である。

(3) $\overrightarrow{AR} = \frac{\boxed{(47)}}{\boxed{(48)(49)}}\overrightarrow{AS}$ である。

〔IV〕 以下の問の $\boxed{(50)}$ ～ $\boxed{(73)}$ にあてはまる適切な数字またはマイナス符号(−)をマークしなさい。

xy 平面上に x の関数 $f(x) = x|x-a| - x$ のグラフ $y = f(x)$ がある。

$S(a)$ は，$y = f(x)$ と x 軸で囲まれた図形のうち，$0 \leqq x \leqq 1$ を満たす部分の総面積とする。ただし，a は $a \geqq 0$ とする。

(1) $0 \leqq x \leqq a+1$ における $f(x)$ の最小値は，$a = \dfrac{1}{2}$ のとき $\dfrac{\boxed{(50)(51)}}{\boxed{(52)(53)}}$ であり，

$a = \dfrac{3}{2}$ のとき $\dfrac{\boxed{(54)(55)}}{\boxed{(56)}}$ である。

(2) a が $0 \leqq a \leqq 1$ を満たすとき，$0 \leqq x \leqq a+1$ における $f(x)$ の最小値を a の式で表すと

$$\frac{\boxed{(57)(58)}}{\boxed{(59)}}a^2 - \frac{\boxed{(60)}}{\boxed{(61)}}a - \frac{\boxed{(62)}}{\boxed{(63)}}$$

である。

(3) a が $0 \leqq a \leqq 1$ を満たすとき，$S(a)$ を a の式で表すと

$$S(a) = \frac{\boxed{(64)(65)}}{\boxed{(66)}}a^3 + \frac{\boxed{(67)}}{\boxed{(68)}}a + \frac{\boxed{(69)}}{\boxed{(70)}}$$

である。

(4) a が $0 \leqq a \leqq 2$ を満たすとき，$S(a)$ は $a = \dfrac{\boxed{(71)} + \sqrt{\boxed{(72)}}}{\boxed{(73)}}$ で最小となる。