注　意　問題1，2，3，4，5の解答を，**解答用紙**の所定の欄に記入しなさい。空欄（ア）～（ハ）については，分数は既約分数にするなど最もふさわしいもの（数，式など）を**解答用紙**の所定の欄に記入しなさい。

1

$a>0$ とし，関数 $f(x)$ を

$$f(x)=-a\cos x+\frac{1}{2}a^2\cos 2x \qquad (-\pi<x<\pi)$$

と定める。

（1）　$f(x)$ の最小値は，$a \leqq$ （ア） のとき （イ） であり，$a \geqq$ （ア） のとき （ウ） である。ただし，（ア） には数，（イ） と （ウ） には a の多項式を記入すること。

（2）　曲線 $y=f(x)$ が x 軸と接するのは $a=$ （エ） のときである。

（3）　$a=$ （エ） とする。曲線 $y=f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積は （オ） であり，その部分を x 軸の周りに1回転させてできる立体の体積は （カ） である。

2

a を実数とする。絶対値を含む式 $|x-a|x-a|x-a|$ は，以下の（1）と（2）のように2通りの解釈が可能である。それぞれの解釈のもとで，方程式

$$|x-a|x-a|x-a|=x-a$$

を考える。

（1） $|x-a|x-a|x-a|$ を，絶対値 $|x-a|$ と x の積から，a と絶対値 $|x-a|$ の積を引いた値と解釈する。このとき，上の方程式の実数解を a を用いて小さいほうから列挙すると $x=$ $\boxed{\text{（キ）}}$ となる。

（2） $|x-a|x-a|x-a|$ を $x-a|x-a|x-a$ の絶対値であると解釈する。このとき，上の方程式の実数解の個数が1個となるための必要十分条件は $a \geqq$ $\boxed{\text{（ク）}}$ である。また，この方程式の実数解が異なる3つの整数となるのは $a=$ $\boxed{\text{（ケ）}}$ のときである。

（3） （2）と同じ解釈のもとで，上の方程式の実数解の個数が有限であるための必要十分条件は $a \neq$ $\boxed{\text{（コ）}}$ である。$a \neq$ $\boxed{\text{（コ）}}$ が必要条件であることの証明を解答欄（3）に書きなさい。

3

$0<\theta_n<1$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ となる数列 $\{\theta_n\}$ を用いて，閉区間 $[0,\ 1]$ から始めて，以下のようにしていくつかの閉区間を残す操作を繰り返す。ただし，$a<b$ とするとき，開区間 $(a,\ b)$ の長さは閉区間 $[a,\ b]$ の長さと等しく $b-a$ である。

1 回目の操作では，閉区間 $[0,\ 1]$ から長さ θ_1 の開区間 $\left(\dfrac{1-\theta_1}{2},\ \dfrac{1+\theta_1}{2}\right)$ を取り除き，長さの等しい 2 個の閉区間 $\left[0,\ \dfrac{1-\theta_1}{2}\right]$ と $\left[\dfrac{1+\theta_1}{2},\ 1\right]$ を残す。残った閉区間の個数を k_1，各閉区間の長さを r_1 とおき，s_1 を $s_1=k_1r_1$ と定める。$k_1=2$，$r_1=\dfrac{1-\theta_1}{2}$，$s_1=1-\theta_1$ である。

$n+1$ 回目の操作では，n 回目の操作を終えて残った k_n 個の長さ r_n の各閉区間から長さ $\theta_{n+1}r_n$ の開区間を取り除き，長さの等しい閉区間を 2 個ずつ残す。こうして残った閉区間の個数を k_{n+1}，各閉区間の長さを r_{n+1} とおき，s_{n+1} を $s_{n+1}=k_{n+1}r_{n+1}$ と定める。

(1) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} r_n=$ $\boxed{\text{（サ）}}$ である。求める過程を解答欄 (1) に書きなさい。

(2) $\theta_n=\dfrac{2}{(n+1)(n+2)}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ のとき，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} s_n=$ $\boxed{\text{（シ）}}$ である。求める過程を解答欄 (2) に書きなさい。

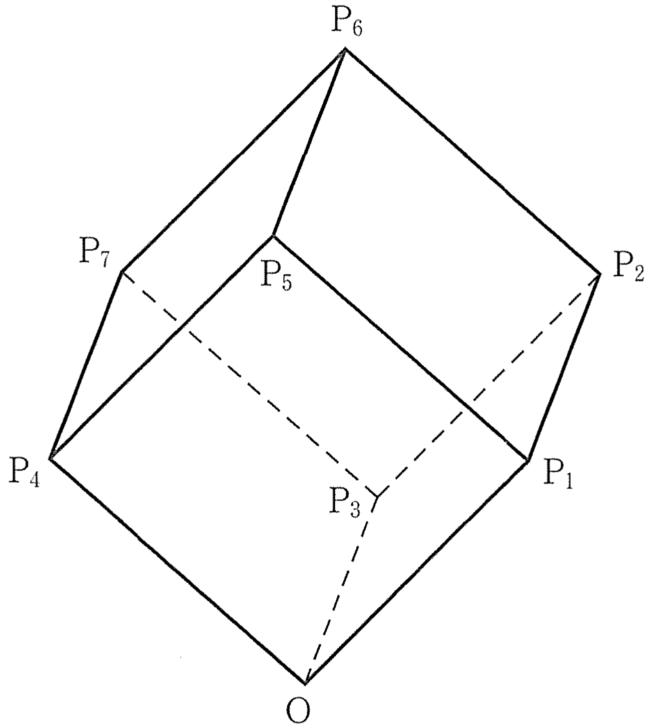
(3) $0<\theta<1$ とし，$\theta_n=\theta$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ とする。$n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots$ に対して，閉区間 $[0,\ 1]$ を定義域とする連続関数 $f_n(x)$ と実数 a_n が次の条件を満たすとする。

条件：$f_n(0)=0$ で $f_n(1)=1$ である。関数 $f_n(x)$ は，n 回目までの操作で取り除いた各開区間において微分可能で $f_n'(x)=0$ となり，n 回目の操作を終えて残った各閉区間から両端を除いた開区間において微分可能で $f_n'(x)=a_n$ となる。

このとき a_n を θ と n を用いて表すと $a_n=$ $\boxed{\text{（ス）}}$ となる。関数 $y=f_n(x)$ $(0\leqq x\leqq 1)$ のグラフは折れ線になり，その長さを l_n とおくと，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} l_n=$ $\boxed{\text{（セ）}}$ となる。

4

座標空間内の原点O，z座標が正である点P_k $(k=1, 2, \cdots\cdots, 7)$ を頂点とする立方体$OP_1P_2P_3-P_4P_5P_6P_7$を考える。点P_1の座標は$(2, 5, 4)$であり，点P_3はzx平面上にあるとする。このとき，点P_3の座標は $\boxed{\quad（ソ）\quad}$，点P_4の座標は $\boxed{\quad（タ）\quad}$，点P_6の座標は $\boxed{\quad（チ）\quad}$ である。点P_k $(k=1, 2, \cdots\cdots, 7)$ をxy平面に下ろした垂線をP_kQ_kとするとき，四角形$OQ_1Q_2Q_3$の面積は $\boxed{\quad（ツ）\quad}$，六角形$Q_1Q_2Q_3Q_7Q_4Q_5$の面積は $\boxed{\quad（テ）\quad}$ である。また，立方体とz軸との交わりは線分となり，その線分の長さは $\boxed{\quad（ト）\quad}$ となる。



5

袋に赤玉が 2 個と白玉が 1 個入っている。袋から玉を 1 個取り出し玉の色を見て袋に戻す。このとき取り出した玉と同色の玉をもう 1 つ袋に加える。この操作を繰り返して行う。

(1) n 回目の操作を終えたとき，それまでに赤玉を取り出した回数が k 回 $(0 \leqq k \leqq n)$ であったとする。このとき，$n+1$ 回目の操作で赤玉を取り出す確率を $p_n(k)$ とおくと，$p_n(k) = \boxed{\quad (ナ) \quad}$ となる。

(2) n 回目の操作を終えるまでに赤玉を取り出す回数が k 回 $(0 \leqq k \leqq n)$ である確率を $q_n(k)$ とおく。たとえば，$q_1(1) = \dfrac{2}{3}$，$q_4(2) = \boxed{\quad (ニ) \quad}$ となる。n 回の操作中 j 回目 $(1 \leqq j \leqq n)$ だけ赤玉を取り出し，その他の操作では白玉を取り出す確率は $\boxed{\quad (ヌ) \quad}$ であり，$q_n(1) = n \times \boxed{(ヌ)}$ となる。$q_n(k)$ を n と k を用いて表すと，$q_n(k) = \boxed{\quad (ネ) \quad}$ となる。

(3) n 回目の操作を終えるまでに赤玉を取り出す回数が k 回 $(0 \leqq k \leqq n)$ であり，$n+1$ 回目の操作で赤玉を取り出す確率は，(1) と (2) で定めた $p_n(k)$ と $q_n(k)$ を用いて $q_n(k)p_n(k)$ となる。このことから，$n+1$ 回目に赤玉を取り出す確率を計算すると $\boxed{\quad (ノ) \quad}$ となる。

(4) $f(x) = e^{-x^2}$ とする。S_n を (1) と (2) で定めた $p_n(k)$ と $q_n(k)$ を用いて $S_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} f(p_n(k))\, q_n(k)$ とおくと，$\displaystyle\lim_{n \to \infty} S_n = \boxed{\quad (ハ) \quad}$ となる。

2015(平成27)年度　理工学部　一般入学試験問題　訂正

教科・科目	ページ	設問	誤	→	正
数学	9	4	点P_k(k=1, 2, ・・・・, 7)をxy平面に	→	点P_k(k=1, 2, ・・・・, 7)からxy平面に