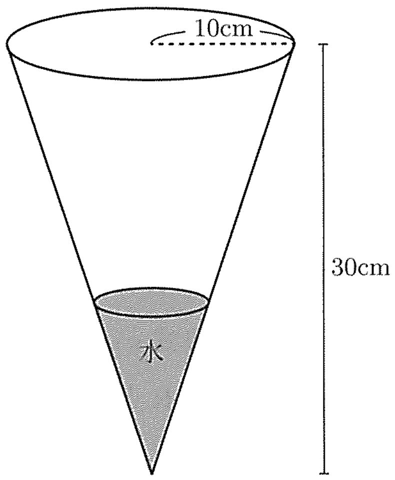
I. 以下の問いに答えなさい。

(i) 下図のような口の半径が 10cm, 高さが 30cm の口の開いた逆円すい形の容器を，口が水平になるように置き，水を入れた。水面の面積が $36\pi\text{cm}^2$ であるとき，水の体積は $\boxed{(1)\,(2)\,(3)}$ πcm^3 であり，容器の内面で水に接していない部分の面積は，水に接している部分の面積の $\dfrac{\boxed{(4)\,(5)}}{\boxed{(6)}}$ 倍である。



(ii) 次の数列を考える。

$$1,\ \frac{1}{3},\ \frac{1}{3},\ \frac{1}{3},\ \frac{1}{9},\ \frac{1}{9},\ \frac{1}{9},\ \frac{1}{9},\ \frac{1}{9},\ \frac{1}{9},\ \frac{1}{9},\ \frac{1}{9},\ \frac{1}{9},\ \frac{1}{27},\ \cdots\cdots$$

この数列の第670項は $\dfrac{1}{\boxed{(7)\,(8)\,(9)}}$，初項から第2182項までの和は $\dfrac{\boxed{(10)\,(11)\,(12)\,(13)}}{\boxed{(14)\,(15)\,(16)}}$ である。

(iii) 次の連立方程式を満たす実数の組 (x, y) をすべて求めなさい。(答えのみを解答用紙Bの解答欄の所定の枠内に記入しなさい。)

$$\begin{cases} -9x^2+4x+3y^2=0 \\ 3xy-5y=0 \end{cases}$$

II. 放物線 $p_1 : y = x^2 - 4x + 5$ と，その上の点 P(4,5) を考える。

(i) 傾きが -2 で，放物線 p_1 に接する直線 l の方程式は

$$y = -2x + \boxed{(17)}$$

であり，放物線 p_1 と直線 l の接点 Q の座標は $\left(\boxed{(18)}, \boxed{(19)}\right)$ である。

(ii) 2点 P，Q を通り，頂点の y 座標が 6 であるような放物線の方程式は

$$y = -x^2 + \boxed{(20)}\,x - \boxed{(21)}$$

または

$$y = -\frac{1}{\boxed{(22)}}\left(x^2 - \boxed{(23)\ (24)}\,x - \boxed{(25)}\right)$$

である。

(ii) で求めた放物線のうち，方程式 $y = -x^2 + \boxed{(20)}\,x - \boxed{(21)}$ で定まるものを p_2 とし，放物線 p_2 の頂点を R とする。

(iii) $\cos\angle \mathrm{PRQ} = \dfrac{\sqrt{\boxed{(26)\ (27)}}}{\boxed{(28)\ (29)}}$ であり，三角形 PQR の面積は $\boxed{(30)}$ である。

(iv) 2つの放物線 p_1 と p_2 で囲まれた図形の面積は $\boxed{(31)}$ である。

III. 1辺の長さが1の正六角形ABCDEFを考える。

(i) CDの中点をP，EFの中点をQ，APとBEの交点をRとするとき，

$$\overrightarrow{AP} = \boxed{(32)}\,\overrightarrow{AB} + \frac{\boxed{(33)}}{\boxed{(34)}}\overrightarrow{AF},$$

$$\overrightarrow{BQ} = -\frac{\boxed{(35)}}{\boxed{(36)}}\overrightarrow{AB} + \frac{\boxed{(37)}}{\boxed{(38)}}\overrightarrow{AF},$$

$$\overrightarrow{CR} = -\overrightarrow{AB} - \frac{\boxed{(39)}}{\boxed{(40)}}\overrightarrow{AF}$$

と表せる。

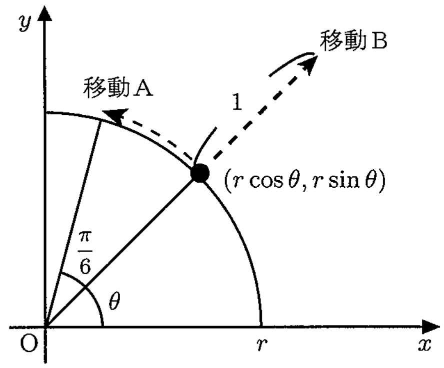
(ii) $\left|k\overrightarrow{BQ}+\overrightarrow{CR}\right|$ が最小になるような実数 k の値は $-\dfrac{\boxed{(41)}}{\boxed{(42)}}$ であり，そのときの $\left|k\overrightarrow{BQ}+\overrightarrow{CR}\right|$ の最小値は $\dfrac{\sqrt{\boxed{(43)\,\vdots\,(44)}}}{\boxed{(45)}}$ となる。

(iii) 直線APと直線EDの交点をSとするとき，三角形PQRの面積は三角形DPSの面積の $\dfrac{\boxed{(46)\,\vdots\,(47)}}{\boxed{(48)}}$ 倍である。

IV. $r>0$ とする。座標平面上の原点以外の点に対し，2種類の移動A，Bを以下のように定める。

移動A $\cdots$ $(r\cos\theta, r\sin\theta)$ にある点が $\left(r\cos\left(\theta+\dfrac{\pi}{6}\right), r\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{6}\right)\right)$ に動く。

移動B $\cdots$ $(r\cos\theta, r\sin\theta)$ にある点が $\left((r+1)\cos\theta, (r+1)\sin\theta\right)$ に動く。



動点Kは点 $(1,0)$ を出発し，上記A，Bいずれかの移動をくり返しながら座標平面上を動くとする。

(i) 動点KがB，A，B，Bの順に4回の移動を行ったとき，到達する点の座標は $\left(\boxed{(49)}\sqrt{\boxed{(50)}}, \boxed{(51)}\right)$ である。

(ii) 動点Kが7回の移動で点 $(0,5)$ に到達する経路は $\boxed{(52)\ (53)}$ 通りあり，そのうち点 $\left(\dfrac{3}{2}, \dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ を**通らない**ものは $\boxed{(54)\ (55)}$ 通りある。

以下，p を $0\leqq p\leqq 1$ を満たす定数とする。動点Kは各回の移動において，確率 p で移動Aを，確率 $1-p$ で移動Bを行うものとする。

(iii) 動点Kが5回の移動で到達する点の座標が $(0,3)$ である確率 P を，p を用いた式で表しなさい。（答えのみを解答用紙Bの解答欄の所定の枠内に記入しなさい。）

(iv) 動点Kが3回の移動で到達する点の y 座標を a とするとき，a^2 の期待値 E を p を用いた式で表しなさい。（答えのみを解答用紙Bの解答欄の所定の枠内に記入しなさい。）