[1] 1辺の長さが1である正六角形の頂点を時計の針の回り方と逆回りに A, B, C, D, E, F とし，$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{AF}} = \vec{b}$ とする．

(1) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \dfrac{\boxed{(1)}\boxed{(2)}}{\boxed{(3)}}$，$(2\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (3\vec{a} - 2\vec{b}) = \dfrac{\boxed{(4)}\boxed{(5)}}{\boxed{(6)}}$ である．

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AP}} = 2s\vec{a} + (3 - 3s)\vec{b}$ で与えられる点 P が $\triangle$ACF の内部に存在するような実数 s の値の範囲は

$$\frac{\boxed{(7)}}{\boxed{(8)}} < s < \frac{\boxed{(9)}}{\boxed{(10)}}$$

である．

(3) 正六角形 ABCDEF の外接円を S とする．S の周上の任意の点 Q に対して，ベクトル $\vec{q} = \overrightarrow{\mathrm{AQ}}$ は

$$\boxed{(11)}\boxed{(12)}\,\vec{q} \cdot \vec{q} + \boxed{(13)}\boxed{(14)}\,\vec{a} \cdot \vec{q} + 2\vec{b} \cdot \vec{q} = 0$$

をみたす．

[2] a, b, c を実数とする． x の関数 $F(x)$ を

$$F(x)=\frac{1}{3}x^3+ax^2+bx+c$$

と定め,

$$f(x)=F'(x)$$

とおく．関数 $F(x)$ は $x=\alpha$ において極大に， $x=\beta$ において極小になるとする．点 $(\alpha,\ f(\alpha))$，$(\beta,\ f(\beta))$ における曲線 $y=f(x)$ の接線をそれぞれ ℓ_α, ℓ_β とする．

(1) 直線 ℓ_α と ℓ_β の交点の座標は

$$\left(\frac{\boxed{(15)}}{\boxed{(16)}}\alpha+\frac{\boxed{(17)}}{\boxed{(18)}}\beta,\ \ \frac{\boxed{(19)}\boxed{(20)}}{\boxed{(21)}}(\beta-\alpha)^2\right)$$

である．

(2) 曲線 $y=f(x)$ と直線 ℓ_α, ℓ_β とで囲まれた図形の面積を S とすると,

$$S=\frac{\boxed{(22)}}{\boxed{(23)}\boxed{(24)}}(\beta-\alpha)^3$$

である．必要なら次の公式を使ってよい． r を実数とすると

$$\int(x+r)^2dx=\frac{1}{3}(x+r)^3+C \qquad (C\text{ は定数})$$

(3) 実数 a, b が不等式

$$0\leqq a\leqq 2、\quad 2a-4\leqq b\leqq 2a-2$$

をみたす範囲を動くとき, S の最大値は $\dfrac{\boxed{(25)}\boxed{(26)}}{\boxed{(27)}}$, 最小値は $\dfrac{\boxed{(28)}\boxed{(29)}}{\boxed{(30)}}$ である．

[3] n を自然数とする．赤玉が n 個，青玉が 2 個，白玉が 1 個入った袋がある．

(1) 袋から同時に 2 個の玉を取り出す．$n = \boxed{(31)}\boxed{(32)}$ のとき，取り出された 2 個の玉に含まれる赤玉の個数の期待値は $\dfrac{7}{4}$ である．

(2) 袋から玉を 1 個取り出し，色を調べてから元に戻すことを 10 回くり返す．

(a) $n = 5$ のとき，青玉が 9 回以上出る確率は $\dfrac{\boxed{(33)}\boxed{(34)}}{4^{10}}$ である．

(b) 調べた色を順に記録してできる色の列のうちで

「赤が 8 個以下，または 3 番目が青か白」

であるものの総数は $3^{10} - \boxed{(35)}\boxed{(36)}$ である．

[4] a, b, c を正の実数とする．実数 x, y が

$$y = a^{bx+c}$$

をみたすとき

$$\mathrm{LOG}_{a,b,c}\, y = x$$

と表すことにする．

(1) $\mathrm{LOG}_{2,4,5}\, 8$ の値を求めよ．

(2) $\mathrm{LOG}_{2,4,2}\, 5 = s$ とおく． $\log_{16} 125$ を s を用いて表せ．ただし，対数を使わないで表せ．

(3) 等式

$$\mathrm{LOG}_{2,2,4}\,(2t+11) - \mathrm{LOG}_{2,2,2}\,(t+1) - \mathrm{LOG}_{2,2,2}\,(t+3) = 0$$

をみたす実数 t をすべて求めよ．

[5] a を実数とする．２次関数

$$f(x) = x^2 - ax + 1$$

の区間 $0 \leqq x \leqq 1$ における最大値を $M(a)$，最小値を

(1) ２つの関数 $b = M(a)$ と $b = m(a)$ のグラフをかけ．

(2) b を実数とする．２次方程式

$$x^2 - ax + 1 - b = 0$$

が区間 $0 \leqq x \leqq 1$ において少なくとも１つの解を持つような点 (a, b) 全体の集合を，**(1)** を用いて斜線で図示せよ．

[6] 次の命題を証明せよ．ただし，**(2)** の証明には **(1)** を使ってよい．

(1) x は実数とする．$x \geqq 4$ のとき，$3x^2+3x+1<x^3$ が成り立つ．

(2) n は自然数とする．$n \geqq 10$ のとき，$n^3<2^n$ が成り立つ．