〔Ⅰ〕以下の問の $\boxed{(1)}$ ～ $\boxed{(39)}$ に当てはまる適切な数値またはマイナス符号(−)をマークしなさい.

(1) $\left(ax+\dfrac{2}{a^2x}\right)^{10}$ を展開したところ，$x^2$ の項の係数は 560 であった．ただし $a>0$ とする．

このとき，$a$ の値は $\sqrt{\boxed{(1)}}$ であり，$x^{-6}$ の項の係数は $\dfrac{\boxed{(2)(3)}}{\boxed{(4)(5)(6)}}$ である．

(2) 関数 $f(x)=\log_a x$ があり，以下に示す ① と ② は共通の解をもつ．

$$\begin{cases} f(x)+f(x-3)=4 & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots① \\ f(3x^2-16x+20)-f(x-2)=2 & \cdots\cdots\cdots② \end{cases}$$

(i) $f(2\sqrt[4]{6})-f(\sqrt[8]{6\sqrt{72}})$ の値は $\dfrac{\boxed{(7)(8)}}{\boxed{(9)}}$ である．

(ii) $y=f(x)$ 上の点 P と点 A$(-4,\ 8)$ を結んだ線分 AP を $1:3$ に内分する点の軌跡は，底を $a^4$ とする対数関数 $y=\log_{a^4}x$ のグラフを $x$ 軸正方向に $\boxed{(10)(11)}$，$y$ 軸正方向に $\boxed{(12)}$ 平行移動したグラフとなる．

(3) 三角形 ABC において，3 辺の長さは $\mathrm{AB}=2a+1$，$\mathrm{BC}=2a$，$\mathrm{CA}=a$ であり，$\cos\angle\mathrm{BAC}=\dfrac{11}{24}$ である．ただし $a>0$ とする．

(i) 内積 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ は $\dfrac{\boxed{(13)(14)}}{\boxed{(15)}}$ である．

(ii) 辺 AB を $1:3$ に内分する点を Q，辺 CA の垂直二等分線と線分 CQ，辺 CA との交点をそれぞれ P，R とおく．このとき $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を用いて表すと，

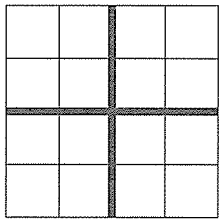
$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\dfrac{\boxed{(16)(17)}}{\boxed{(18)(19)}}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\dfrac{\boxed{(20)(21)}}{\boxed{(22)(23)}}\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ である．

(4) 右図のように，4 行 4 列の計 16 個のマス目をつくり，さらに太線でそれぞれ 2 行 2 列からなる 4 つの区画に分ける．それぞれのマス目に 1 から 4 までの数字を 1 つずつ書き込む．ただし，以下の 3 つの条件を全て満たすものとする．

① 各行には 1，2，3，4 が 1 回ずつあらわれる．

② 各列には 1，2，3，4 が 1 回ずつあらわれる．

③ 各区画には 1，2，3，4 が 1 回ずつあらわれる．



数字の書き込み方は全部で $\boxed{(24)(25)(26)}$ 通りある．

(5) 関数 $f(x) = -\dfrac{2}{3}(8^x + 8^{-x}) + 10(4^x + 4^{-x}) - 24(2^{x+1} + 2^{-x+1}) + 84$ がある．

(i) $2^x + 2^{-x} = 5$ のとき $f(x)$ の値は $\dfrac{\boxed{(27)}}{\boxed{(28)}}$ である．

(ii) $2^x + 2^{-x} = t$ とおいたとき，$f(t) = k$ の解 $t$ がただ 1 つであるような定数 $k$ の値の範囲は

$$\frac{\boxed{(29)} + \boxed{(30)}\sqrt{\boxed{(31)}}}{\boxed{(32)}} < k \leqq \frac{\boxed{(33)(34)}}{\boxed{(35)}},\quad k < \frac{\boxed{(36)} - \boxed{(37)}\sqrt{\boxed{(38)}}}{\boxed{(39)}}$$

である．

〔Ⅱ〕以下の問の $\boxed{(40)}$ ～ $\boxed{(49)}$ に当てはまる適切な数値またはマイナス符号(−)をマークしなさい．

$y=|f(x)|$ のグラフと 2 直線 $\ell$，$m$ に囲まれた部分の面積を考える．ただし $f(x)$ は，等式

$$f(x)=\frac{1}{4}x^2+\frac{15}{4}\int_{-2}^{0}xf(t)\,dt-\frac{4}{3}\int_{-3}^{3}\{f(t)+6\}\,dt$$

を満たし，直線 $\ell$ は $y=|f(x)|$ の $x=8$ における接線である．また直線 $m$ は，直線 $\ell$ と $y=|f(x)|$ の交点と点 $(1,\ 3)$ の 2 点を通る，傾き負の直線である．

(1) $f(x)=\dfrac{\boxed{(40)}}{\boxed{(41)}}x^2-\boxed{(42)}\,x-\boxed{(43)}$ である．

(2) 直線 $m$ の方程式は $y=-\boxed{(44)}\,x+\boxed{(45)}$ である．

(3) $y=|f(x)|$ のグラフと 2 直線 $\ell$，$m$ に囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{(46)(47)(48)}}{\boxed{(49)}}$ である．

〔Ⅲ〕 以下の問の $\boxed{(50)}$ ～ $\boxed{(63)}$ に当てはまる適切な数値またはマイナス符号(－)をマークしなさい.

関数 $y = -4a\sin^2\dfrac{\theta}{2} - 3\sin 2\theta - 4\cos 2\theta - 6a\sin\theta + 2a + 10$ がある.

(1) $3\sin\theta - \cos\theta = t$ とおくと, $y = t^2 - \boxed{(50)}\,at + \boxed{(51)}$ である.

(2) $a$ の値の範囲が $-5 < a < 5$ のとき, この関数の最大値 $y_{\max}$ のとりうる値の範囲は

$\boxed{(52)(53)} \leqq y_{\max} < \boxed{(54)(55)} + \boxed{(56)(57)}\sqrt{\boxed{(58)(59)}}$ である.

(3) この関数の最小値が $-15$ であるとき $a = \pm\dfrac{\boxed{(60)}\sqrt{\boxed{(61)(62)}}}{\boxed{(63)}}$ である.

〔Ⅳ〕 以下の問の $\boxed{(64)}$ ～ $\boxed{(73)}$ に当てはまる適切な数値またはマイナス符号(－)をマークしなさい.

$xy$ 平面上に原点 O(0, 0) を中心とする円 $C$ と，2つの直線 $\ell_1$，$\ell_2$ がある．ただし，$a > 1$ とする．

円 $C$　：$x^2 + y^2 = 1$

直線 $\ell_1$：$x + \sqrt{2}\,y = \dfrac{\sqrt{3}}{a}$

直線 $\ell_2$：$x + \sqrt{2}\,y = a\sqrt{3}$

円 $C$ と直線 $\ell_1$ は異なる2点 A，B で交わり，それぞれの $x$ 座標を $x_{\mathrm{A}}$，$x_{\mathrm{B}}$ とおくと，$x_{\mathrm{A}} < x_{\mathrm{B}}$ である．また，直線 $\ell_2$ 上に，$x$ 座標および $y$ 座標が共に正であるような点 P をとる．三角形 APB において，$\angle\mathrm{APB} = \theta$ とすると，$\cos\theta = \dfrac{1}{a}\sqrt{a^2 - 1}$ であり，四角形 OAPB の面積は $2\sqrt{6}$ である．

(1) 線分 AB の長さは $\dfrac{\boxed{(64)}\sqrt{\boxed{(65)}}}{\boxed{(66)}}$ である．

(2) $\angle\mathrm{OBP} = \dfrac{\boxed{(67)}}{\boxed{(68)}}\pi + \dfrac{\boxed{(69)}}{\boxed{(70)}}\theta$ である．

(3) 三角形 OBP の面積は $\dfrac{\boxed{(71)}\sqrt{\boxed{(72)}}}{\boxed{(73)}}$ である．