I　2次方程式 $x^2+ax+b=0$ の係数 a, b を次のようにして決める.

1から6までの目のある正6面体のサイコロを2回投げる. 1回目に出た目の数を a, 2回目に出た目の数を b とする. このとき2次方程式の解が実数である確率は

$$\frac{\boxed{(1)}\boxed{(2)}}{\boxed{(3)}\boxed{(4)}}$$

である.

次に m を自然数として, 1から $4m$ まで書かれた $4m$ 枚のカードから無作為に1枚のカードを選び, 書かれた数の正の平方根を a とする. 選んだカードをもとに戻し, 再び無作為に1枚のカードを選び, 書かれた数を b とする. このとき $x^2+ax+b=0$ の解が実数である確率は

$$\frac{\boxed{(5)}\,m-\boxed{(6)}}{\boxed{(7)}\boxed{(8)}\,m}$$

である.

II　ある企業が毎年 x リットルの液体製品を製造している. 生産するための総費用を c, 設備の規模を k とする. 製品 1 リットルの価格を p とし

$$c = 0.01x^3 + 0.8x^2 + (4-k)x + 5k^2$$

が成り立つとする. このとき利潤は $px - c$ である.

(1)　$p = 15, k = 1$ のとき, x が

$$\frac{\boxed{(9)}\boxed{(10)}}{\boxed{(11)}\boxed{(12)}}$$

のとき利潤は最大となる.

(2)　生産量 x を変えずに, 設備の規模 k を変えて総費用 c を最小化することを考えると

$$k = \frac{\boxed{(13)}\boxed{(14)}}{\boxed{(15)}\boxed{(16)}}\, x$$

である.

(3)　$p = 19$ とし, k と x は (2) で求めた関係式を満たすとする. このとき x が

$$\boxed{(17)}\boxed{(18)}\boxed{(19)} + \boxed{(20)}\boxed{(21)}\sqrt{\boxed{(22)}}$$

のとき利潤は最大となる.

III 低所得者層が 20 %, 中所得者層が 70 %, 高所得者層が 10 %の社会がある. 低所得者層の平均所得が 30 単位, 中所得者層の平均所得が 50 単位, 高所得者層の平均所得が 70 単位とする.

xy 平面を考え, x 軸を全所得者を所得の低い順に数えたときの累積人数の全所得者数に対する割合, y 軸を対応する累積所得の全所得に対する割合にとる. 例えば x 座標が 0.2 のとき, y 座標は低所得者全体の所得の全所得に対する割合である. これに対応する点は

$$\mathrm{A}\left(0.2, \frac{0.2 \times 30}{0.2 \times 30 + 0.7 \times 50 + 0.1 \times 70}\right)$$

となる. 同様に x 座標が 0.9, 1 の点 B, C はそれぞれ

$$\mathrm{B}\left(0.9, \frac{0.2 \times \boxed{(23)}\boxed{(24)} + 0.\boxed{(25)}\boxed{(26)} \times \boxed{(27)}\boxed{(28)}}{0.2 \times 30 + 0.7 \times 50 + 0.1 \times 70}\right),$$

$$\mathrm{C}(1, \boxed{(29)}\boxed{(30)})$$

となる.

x 軸上の 4 点を O(0, 0), D(0.2, 0), E(0.9, 0), F(1, 0) としたとき, 三角形 OAD, 台形 ADEB, 台形 BEFC の面積の総和を平等度指数とよぶ. 平等度指数は

$$\frac{\boxed{(31)}\boxed{(32)}}{\boxed{(33)}\boxed{(34)}}$$

ある. ここで所得に対して, 一定の割合で課せられる税, すなわち所得税を導入をした. 低所得者には無税, 中所得者には 10 単位, 高所得者には 20 単位の所得税を課した. 税を払った残りを改めて所得としたときの平等度指数は

$$\frac{\boxed{(35)}\boxed{(36)}\boxed{(37)}}{\boxed{(38)}\boxed{(39)}\boxed{(40)}}$$

である.

IV　曲線上の点Pを通り，Pにおけるこの曲線の接線 l と直交する直線 m をこの曲線の法線とよぶ．

$a, b > 0$ とし，2次曲線 $x^2 = 4a(y+b)$ の法線が $(0, 2a)$ を通るとき，接点 $\mathrm{P}(p, q)$ は

$$p^2 = \boxed{(41)}\, ab, \quad q = \boxed{(42)}$$

をみたす．したがって条件をみたす接線と法線の組 (l, m) は2組ある．この4本の直線で囲まれる4角形Sの面積は $\boxed{(43)}\boxed{(44)}\,(a+b)\sqrt{ab}$ である．また2本の法線と2次曲線で囲まれる部分でSに含まれる部分の面積は

$$\left(\frac{\boxed{(45)}\boxed{(46)}\, a + \boxed{(47)}\boxed{(48)}\, b}{\boxed{(49)}}\right)\sqrt{ab}$$

である．

V　つぎの **1**, **2** のうち, いずれか1問を選択し答えなさい. **1** を選択する場合, 解答用紙の V–1 をマークし, **2** を選択する場合, V–2 をマークしなさい.

1　自然数 n に対し整数を値にとる関数 $f(n)$ を次のように定める.

テーブルの上には n 個の碁石が置かれている. 2人のプレーヤー A と B が交互に碁石を1個あるいは2個とる. そして最後に碁石をとったプレーヤーが負けである. ゲームは A から始める. B がいかなるとり方をしても, A が最良のとり方をすれば勝てるときは $f(n)=1$ とする. 逆に A がいかなるとり方をしても, B が最良のとり方をすれば勝てないときは $f(n)=-1$ とする. それ以外の場合は $f(n)=0$ とする. たとえば $f(1)=-1$, $f(2)=1$ である.

$$f(3)=\boxed{(101)}\boxed{(102)},\quad f(4)=\boxed{(103)}\boxed{(104)},\quad f(5)=\boxed{(105)}\boxed{(106)}$$

であり

$$\sum_{n=1}^{20} f(n)=\boxed{(107)}\boxed{(108)}$$

となる.

2 a, b, c を自然数とし，$1 \leqq a \leqq 10$, $c \leqq b \leqq a$ とする．

次のプログラムは $a^2 + b^2 + c^2$ が平方数となる場合を求めるものである．

解答欄には選択肢から空欄に入れるもっとも適切なものを選び，その番号を答えなさい．

```
100 FOR A=1 TO 10
110 FOR B=1 TO [(201)(202)]
120 FOR C=1 TO B
130 FOR I=1 TO 2* [(203)(204)]
140 LET S=A*A+B*B+C*C-I*I
150 IF S=<0 THEN GOTO [(205)(206)]
160 NEXT [(207)(208)]
170 IF S<0 THEN GOTO [(209)(210)]
180 PRINT A; "**2+" ;B; "**2+" ;C; "**2=" ;I; "**2"
190 NEXT [(211)(212)]
200 NEXT B
210 NEXT A
220 END
```

[選択肢]

(01) A	(02) B	(03) C
(04) I	(05) S	(06) =
(07) <	(08) =<	(09) *
(10) 100	(11) 110	(12) 120
(13) 130	(14) 140	(15) 150
(16) 160	(17) 170	(18) 180
(19) 190	(20) 200	(21) 210
(22) 220		