物　理

1. 以下の文章中の［（ア）］〜［（ク）］に適切な式を記入しなさい。

1） 図1のように，面積が S で同じ形の4枚の導体平板 Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳ を互いに平行に並べ，ⅠとⅢ，ⅡとⅣをそれぞれ導線で接続する。ⅠとⅡの間隔および Ⅲ と Ⅳ の間隔は D，Ⅱ と Ⅲ の間隔は d である。このような構造の電極を櫛（くし）形電極という。平板の端や導線による電界の乱れは無視できるものとする。Ⅰ と Ⅲ の電荷の合計と，Ⅱ と Ⅳ の電荷の合計は，互いに逆符号で同じ大きさである。導体平板間は真空であり，真空の誘電率を ε_0 とする。

Ⅰ の Ⅱ に面した側の表面にある電荷を Q（>0）とするとき，Ⅰ と Ⅱ の間の電界の大きさは［（ア）］である。Ⅱ と Ⅲ の間の電界の大きさは［（イ）］であるから，Ⅱ の Ⅲ に面した側の表面にある電荷は［（ウ）］である。さらに Ⅲ の Ⅳ に面した側の表面にある電荷は［（エ）］である。以上より，Ⅰ と Ⅲ を一方の極板とし，Ⅱ と Ⅳ を他方の極板としたコンデンサーの電気容量は［（オ）］となる。

2） 図2のように，抵抗値 R の4個の抵抗を使って，長方形を組み合わせた平面回路を作る。D と d は左右方向にのびた導線の間隔である。導線の抵抗は無視できるものとする。灰色の領域には，紙面に垂直で表から裏に向かう一様で一定な磁界が加えられている。その磁束密度の大きさを B とする。回路を，形を保ったまま，紙面内で一定の速さ v で右向きに動かす。灰色の領域に回路の右側部分のみが入っているとき，右端の導線の各部分を流れる電流を，図2のようにそれぞれ I_1，I_2，I_3 とする。ただし，下から上へ向かう向きを正とする。回路を流れる電流がつくる磁界は無視できるものとする。回路中の閉じた経路 w → x → y → z → w（長方形 wxyz の辺）について，誘導起電力と電圧降下の間の関係式は［（カ）］$=0$ となる。他の経路についても同様の関係式を考えることにより，$I_1=$［（キ）］，$I_2=$［（ク）］と求められる。ただし，（キ）と（ク）の解答には I_1，I_2，I_3 を使ってはならない。

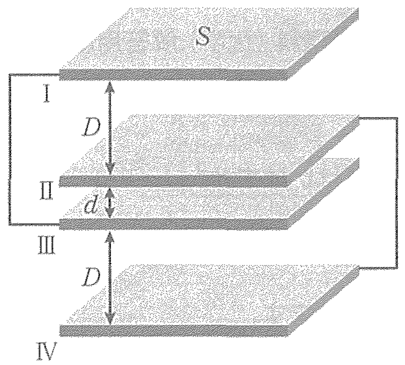

図1

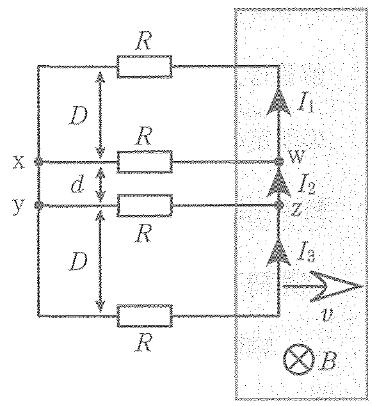

図2

2. 以下の文章中の $\boxed{\text{（ア）}}$ ～ $\boxed{\text{（ク）}}$ に適切な式を記入しなさい。解答に使える物理量は T_1, T_2, V_1, V_2, C_x, R のみとする。ただし，$\boxed{\text{（オ）}}$ の解答には x も使ってよい。

次の過程（A）～（D）からなる，単原子分子理想気体 1 mol を用いた熱機関の 1 サイクルの状態変化を考える（図 1 参照)。圧力を P，体積を V とし，温度には絶対温度を使う。また，x を $\frac{5}{3}$ 以上の定数とする。

（A）温度を T_1 に保ち，体積を V_1 から V_2 へ膨張させる（$V_1 < V_2$)。

（B）$PV^x =$ 一定 の過程で，温度を T_1 から T_2 へ降下させる（$T_1 > T_2$)。

（C）温度を T_2 に保ち，体積を過程（B）の最終状態から過程（D）の初めの状態へ圧縮する。

（D）$PV^x =$ 一定 の過程で，温度を T_2 から T_1 へ上昇させ，過程（A）の初めの状態（体積 V_1）に戻す。

$PV^x =$ 一定 の過程におけるモル比熱を C_x とする。C_x は温度，圧力，体積によらない。温度を T に保ち体積を V から V' へ変化させたときに，1 mol の理想気体が外部にする仕事は，自然対数を使って $RT\log_e\left(\frac{V'}{V}\right)$ で与えられる。ただし，R は気体定数である。

初めに，$PV^x =$ 一定 で温度が T_2 から T_1 へ上昇する過程（D）を使って，C_x について考える（図 2 参照)。$PV^x =$ 一定 は $P^{\frac{1}{x}}V =$ 一定 と変形できるので，$x \to \infty$ では $V =$ 一定 となり，$C_x = \frac{3}{2}R$ となる。一方，x の値を例えば 5，2.5 のように小さくしていくと，気体が外部からされた仕事が増加するために，C_x は減少する。さらに x の値を小さくしていくと，過程（D）はやがて断熱変化の過程になる。このときの x の値は比熱比と呼ばれ，単原子分子理想気体では $\frac{5}{3}$ である。

次に，ある値の x に対し，過程（A）～（D）の 1 サイクルの熱効率について考える。

過程（A）において，気体の吸収する熱量は $\boxed{\text{（ア）}}$ である。過程（B）において，気体が放出する熱量は $\boxed{\text{（イ）}}$ であるから，気体が外部にする仕事は $\boxed{\text{（ウ）}}$ である。また過程（B）において，温度 T_1 のときの圧力は $\boxed{\text{（エ）}}$ であるから，温度 T_2 に到達したときの気体の体積は $\boxed{\text{（オ）}}$ である。同様にして過程（D）における温度 T_2 での体積も求められ，過程（C）において気体が外部にする仕事は $\boxed{\text{（カ）}}$ となる。過程（D）において気体が外部にする仕事は，（ウ）と大きさは同じで符号が逆である。過程（A）と（D）だけが正の熱量を吸収し得るから，過程（A）～（D）の 1 サイクルにおける熱効率は $\boxed{\text{（キ）}}$ となる。

特に，x が比熱比の場合，熱効率は 2 つの定温熱源を利用した熱サイクルでの最高値 $\boxed{\text{（ク）}}$ になる。x が比熱比と異なる場合には，（B）と（D）の過程で同量の熱の放出と吸収がそれぞれ行われる。この放出された熱を再生器と呼ばれる装置を使って吸収過程で利用することにより，実質的な熱効率を（ク）に近づけることができる。$x \to \infty$ の場合はスターリングサイクルとして知られている。

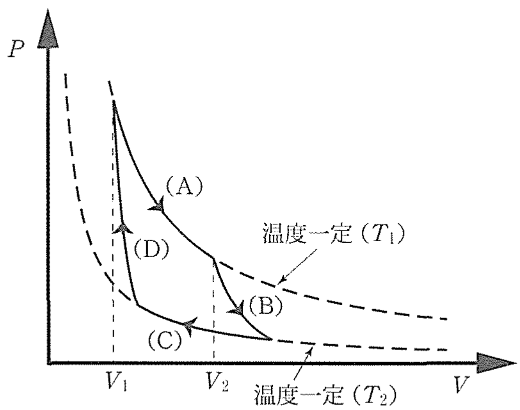

図 1

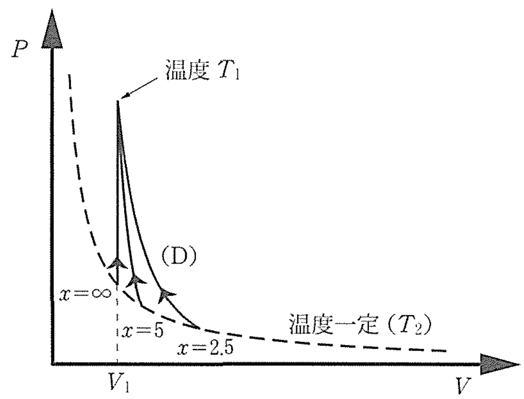

図 2

3. 以下の文章中の $\boxed{（ア）}$ ～ $\boxed{（エ）}$ には適切な式を，$\boxed{（オ）}$ ～ $\boxed{（ケ）}$ には適切な数値を記入しなさい。

変形しない一様な棚板がエレベーター内の壁に水平に固定されている。エレベーターが静止しているとき，棚板の中央に質量 $3M$ 未満の物体を静かに載せても棚板は落下しないが，それ以上の質量の物体を載せると落下する。棚板に水平方向の力が加わっていても，落下しないための条件は変わらない。重力加速度の大きさを g とする。

1） エレベーターが静止して動かない場合を考える。図1のように，質量 M の小さな物体の下側に軽いバネをつけ，バネの下端から棚板までの高さが h の位置から棚板の中央に向けて静かに落下させたところ，棚板で跳ね返り同じ高さまで戻った。この間の物体の運動は常に鉛直方向であった。バネの自然長を L，バネ定数を k とする。バネが最も縮んだ瞬間に，バネの長さは d であった。この瞬間に棚板がバネから受ける力の大きさは $\boxed{（ア）}$ となる。棚板が落下しなかったことから，（ア）$< 3Mg$ であることがわかる。

上の条件から h の範囲を考える。なお，（イ）～（エ）の解答に使える物理量は M, h, k, g だけとする。バネの下端が棚板に初めて接触した瞬間の物体の運動エネルギーは $\boxed{（イ）}$ である。その後，物体の加速度が0になる瞬間があり，その時のバネの長さを ℓ とすると，$L-\ell=$ $\boxed{（ウ）}$ である。力学的エネルギー保存則を使うと，$\ell-d=$ $\boxed{（エ）}$ となる。したがって，棚板が落下しない条件より，$h<\dfrac{Mg}{k}\times$ $\boxed{（オ）}$ とわかる。なお，バネが棚板に接触している間の運動は単振動の一部と考えられ，例えば $h=\dfrac{Mg}{6k}$ の場合には，接触している時間 t_0 は $2\pi\sqrt{\dfrac{M}{k}}\times$ $\boxed{（カ）}$ となる。

次に図2のように，バネのついていない質量 M の小球を，その下端から棚板までの高さが h の位置から棚板の中央に向けて静かに落下させる。棚板と小球の間の衝突を完全弾性衝突とすると，棚板と小球が接触している間に棚板が小球から受ける力積の大きさは，g, M, h で表すことができる。棚板が落下しないとすると，棚板が小球から受ける力は $3Mg$ 未満なので，棚板と小球が接触している時間はある値より大きいことがわかる。$h=\dfrac{Mg}{6k}$ の場合には，この値は $\sqrt{\dfrac{M}{k}}\times$ $\boxed{（キ）}$ となり，上で求めた t_0 がこの値より大きいことが確かめられる。

棚板の質量は M である。このことを使って，次の問題を考える。エレベーターが静止しているとき，棚板の中央に質量 $3M$ 未満の物体を静かに載せても棚板が落下しないということは，棚板の中央に鉛直下方に加えた力と，棚板に働く重力との合力の大きさが $4Mg$ 未満の場合，棚板は壁から落下しないということである。

2） エレベーターが，鉛直上向きで大きさ a の加速度で，等加速度運動している場合を考える。軽くて伸び縮みしない長さ R の糸の一端を棚板下面の中央に固定し，他端に質量 $2M$ の小球をつける。図3のように，この小球を，エレベーター内から見て水平面内で等速円運動させた（円錐振り子の運動）。このとき，棚板が壁から落下せず，糸と鉛直方向のなす角度が60°であった。このことから，a が $g\times$ $\boxed{（ク）}$ より小さく，小球の速さが $\sqrt{gR}\times$ $\boxed{（ケ）}$ より小さいことがわかる。

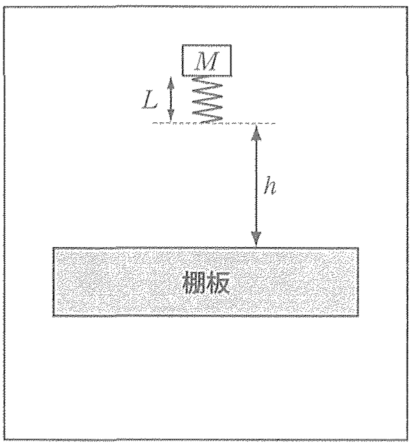

図 1

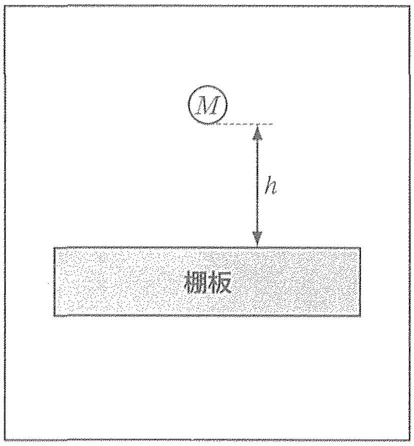

図 2

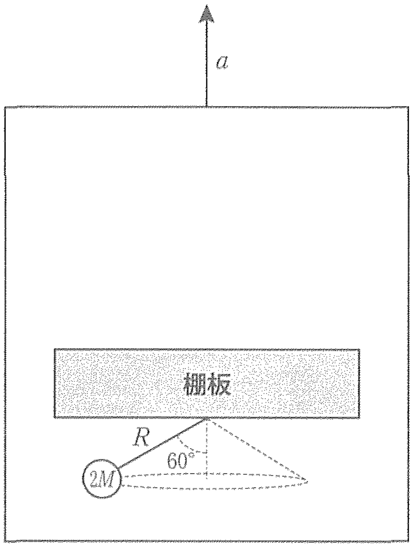

図 3