

I 次の にあてはまる最も適当な数または式を解答欄に記入しなさい。

(1) 男子4人と女子3人が1列に並ぶとき、両端が男子である並び方は全部で

(ア) 通りある。

(2) $6 \leq \log_2 n < 8$ と $5 \leq \log_3 n < 6$ の両方をともに満たす自然数 n は全部で

(イ) 個ある。

(3) $\alpha = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}i}{\sqrt{6} - \sqrt{2}i}$ とし、 $\beta = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}i}{\sqrt{6} + \sqrt{2}i}$ とする。ただし、 i は虚数単位とする。

このとき $\alpha^3 + \beta^3 =$ (ウ) である。

(4) 多項式 $P(x)$ を $(x-1)(x+1)$ で割ると $4x-3$ 余り、 $(x-2)(x+2)$

で割ると $3x+5$ 余る。このとき、 $P(x)$ を $(x+1)(x+2)$ で割ったときの

余りは (エ) である。

(5) 点 $(2, -4)$ を通り、円 $x^2 + y^2 = 10$ に接する直線は2本ある。この2本の

直線のうち、傾きが正である方の直線の方程式は $y =$ (オ) である。

Ⅱ 次の にあてはまる最も適当な数または式を解答欄に記入しなさい。

- (1) 三角形 ABC において、 $AB=5$ ， $AC=8$ ， $\angle A=60^\circ$ であるとする。このとき $BC=\text{ (カ) }$ である。また、この三角形 ABC の内接円の半径は (キ) である。

- (2) 3 個のさいころを同時に投げる。このとき、出る目の最小値が 2 以上である確率は (ク) であり、出る目の最小値がちょうど 2 である確率は (ケ) である。

- (3) 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 1, a_{n+1} = 3a_n + 2 \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

この数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n = \text{ (コ) }$ である。また、 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和は (サ) である。

- (4) $0 \leq \theta < 2\pi$ において、方程式 $\sin 3\theta - \sin 2\theta + \sin \theta = 0$ を満たす θ は全部で (シ) 個あり、このうち最大のものは $\theta = \text{ (ス) }$ である。

- (5) 関数 $f(x) = 2x^3 + 9x^2 + 6x - 1$ は $x = \text{ (セ) }$ で極小値 (ソ) をとる。

Ⅲ 次の にあてはまる最も適当な数または式を解答欄に記入しなさい。

平行四辺形 ABCD において、 $AB=3$ ， $AD=5$ であるとし、辺 AD の中点を M とするとき、 $AC \perp BM$ が成り立っているとする。

このとき \overrightarrow{AC} は \overrightarrow{AB} ， \overrightarrow{AD} を用いて $\overrightarrow{AC} = \text{ (タ) }$ と表すことができ、
同様に \overrightarrow{BM} も \overrightarrow{AB} ， \overrightarrow{AD} を用いて $\overrightarrow{BM} = \text{ (チ) }$ と表すことができる。
これより \overrightarrow{AB} と \overrightarrow{AD} の内積は $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = \text{ (ツ) }$ であることがわかる。

よって、平行四辺形 ABCD の対角線 AC の長さは $AC = \text{ (テ) }$ であり、
平行四辺形 ABCD の面積は (ト) であることがわかる。

IV a を実数として、次の 2 次不等式について考える。

$$x^2 - ax + (a - 1) \leq 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

以下の問いに答えなさい。

(1) 不等式 $\textcircled{1}$ を満たす整数 x の個数がちょうど 3 個であるような実数 a の値の範囲を求めなさい。

(2) 不等式 $\textcircled{1}$ を満たす整数 x の個数を $N(a)$ で表すことにする。

a が整数のとき、 $N(a)$ を a を用いて表しなさい。(必要ならば、 a の値の範囲で場合分けをして答えてもよい。)

V $f(x) = -(x+1)|x-4|+6$ とし, $F(x) = \int_0^x f(t)dt$ とする。

(1) 関数 $y=f(x)$ のグラフをかきなさい。

(2) $F(x)$ を計算しなさい。

(3) $0 \leq x \leq 6$ における関数 $F(x)$ の最大値を求めなさい。