

I

(1) 関数 $\frac{1}{4} \cos 3\theta$ を $x = \cos \theta$ に関する多項式で表すと

$$\boxed{(1)} x^3 - \frac{\boxed{(2)}}{\boxed{(3)}} x$$

となる. この多項式を $f(x)$ とすると, $|f(x)|$ の $-1 \leq x \leq 1$ での最大値は $\frac{\boxed{(4)}}{\boxed{(5)}}$ である.

(2) x, y, z を自然数とし

$$x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$$

をみたす解 (x, y, z) を数える. (a, b, c) が解のとき, (a', b, c) ($a' > a$) となる解を (a, b, c) の子という. 同様に (a, b', c) ($b' > b$) となる解と (a, b, c') ($c' > c$) となる解も (a, b, c) の子である. たとえば解 $(2, 5, 1)$ に対して解 $(\boxed{(6)}\boxed{(7)}, 5, 1)$ と解 $(2, 5, \boxed{(8)}\boxed{(9)})$ はその子である. $(1, 1, 1)$ を第 1 世代とし, その子を第 2 世代とする. 一般に第 n 世代の子を第 $n+1$ 世代とする. 第 7 世代の解の個数は $\boxed{(10)}\boxed{(11)}\boxed{(12)}$ である.

II 2つの企業A, Bは同じ飲料を生産し販売している. 両企業とも x リットルを生産するのにかかる費用は cx ($c > 0$) とする. また企業Aが x リットル販売し, 企業Bが y リットル販売するときの1リットルあたりの価格は $p = a - b(x + y)$ とする. ただし $a > c > 0, b > 0, x \geq 0, y \geq 0$ とし, $x + y \geq \frac{a}{b}$ のときは $p = 0$ とする.

解答欄には選択肢から空欄に入れるもっとも適切なものを選び, その番号を答えなさい.

(1) 企業Bは企業Aが x リットル生産するものと仮定して利益 $py - cy$ を最大にするように y を決める. $x > \frac{a-c}{b}$ のとき, $y = \boxed{(13)}\boxed{(14)}$ であり, $x \leq \frac{a-c}{b}$ のとき, $y = \boxed{(15)}\boxed{(16)}$ である.

(2) 企業Aは企業Bが(1)のような販売戦略をとることを知った. その上で利益 $px - cx$ を最大にするように x を決めると x は $\boxed{(17)}\boxed{(18)}$ である.

(3) (1), (2) の状況下で価格 p は $\boxed{(19)}\boxed{(20)}$ となる.

[選択肢]

(01) 0

(04) $\frac{a + bx + c}{2b}$

(07) $\frac{b - a}{2b}$

(10) $\frac{a + c}{4}$

(13) $\frac{2a + c}{4}$

(02) 1

(05) $\frac{a + bx - c}{2b}$

(08) $\frac{a - c}{2b}$

(11) $\frac{a + 2c}{4}$

(14) $\frac{3a + c}{4}$

(03) 2

(06) $\frac{a - bx - c}{2b}$

(09) $\frac{c - b}{2b}$

(12) $\frac{a + 3c}{4}$

(15) $\frac{a + c}{2}$

III 座標平面で x 軸上の 2 点 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$ をとり, k を 0 でない実数とする. 直線 $y = k(x + 2)$ と放物線 $y = x^2 - 1$ が異なる 2 点で交わるとし, その異なる交点を x 座標の小さい順に C, D とする. 直線 AC と直線 BD の交点の座標を (p, q) とすれば

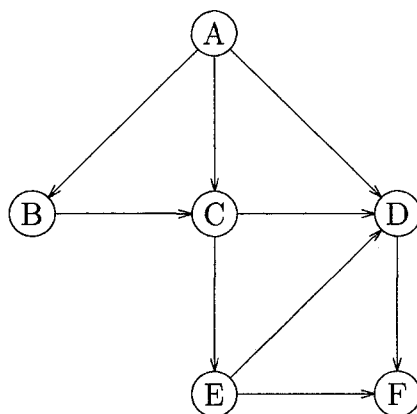
$$q = \boxed{\begin{smallmatrix} (21) \\ (22) \end{smallmatrix}} p + \boxed{\begin{smallmatrix} (23) \\ (24) \end{smallmatrix}}$$

である. また p の取りうる範囲は

$$\boxed{\begin{smallmatrix} (25) \\ (26) \end{smallmatrix}} + \sqrt{\boxed{\begin{smallmatrix} (27) \\ (28) \end{smallmatrix}}} < p < 0, \quad 0 < p < \boxed{\begin{smallmatrix} (29) \\ (30) \end{smallmatrix}}$$

である.

IV A, B, C, D, E, F の6都市があり A から F へ物資 X が移送される. ただし移送経路は下図のようになっており, 2つの都市間の移送時間と移送率は下表のようになっている. 時刻 t は1時間刻みとし t は整数とする. 例えば「区間 $A \rightarrow B$ 時間 2 率 $\frac{1}{6}$ 」は, A にある物資 X の $\frac{1}{6}$ の量が直ちに B に移送が開始され, 2時間後に B に移送されることを意味する. また C から始まる区間が「 $C \rightarrow D$ 」と「 $C \rightarrow E$ 」とあることは, C に移送された物資 X が直ちに D, E に移送されることを意味する.



区間	時間	率	区間	時間	率	区間	時間	率
$A \rightarrow B$	2	$\frac{1}{6}$	$B \rightarrow C$	1	1	$D \rightarrow F$	1	1
$A \rightarrow C$	1	$\frac{1}{2}$	$C \rightarrow D$	1	$\frac{1}{2}$	$E \rightarrow D$	2	$\frac{2}{3}$
$A \rightarrow D$	2	$\frac{1}{3}$	$C \rightarrow E$	1	$\frac{1}{2}$	$E \rightarrow F$	1	$\frac{1}{3}$

時刻 $t = 0$ に 90 トンの物資 X が A から F へ移送が開始された. ただし移送する前には物資 X は F に存在しないとする. 時刻 t で F に存在する物資 X の量を $f(t)$ トンとするとつぎのようになる.

$$f(t) = \begin{cases} \boxed{31} \boxed{32} & (0 \leq t < \boxed{33}) \\ \boxed{34} \boxed{35} & (\boxed{33} \leq t < \boxed{36}) \\ \boxed{37} \boxed{38} & (\boxed{36} \leq t < \boxed{39}) \\ \boxed{40} \boxed{41} & (t \geq \boxed{39}) \end{cases}$$

V つぎの **1**, **2** のうち、いずれか 1 問を選択し答えなさい. **1** を選択する場合、解答用紙の V-1 をマークし、**2** を選択する場合、V-2 をマークしなさい.

1 $S_0(x) = x(1 + x + x^2)$, $S_{k+1}(x) = x \frac{d}{dx} S_k(x)$ ($k = 0, 1, 2$) とする. ここで $\frac{d}{dx} S_k(x)$ は $S_k(x)$ の導関数である. このとき

$$S_3(x) = \boxed{}_{(101)} x + \boxed{}_{(102)} x^2 + \boxed{}_{(103)} \boxed{}_{(104)} x^3$$

である. また

$$\sum_{r=1}^3 r(r+1)(r+2)x^r = \boxed{}_{(105)} S_1(x) + \boxed{}_{(106)} S_2(x) + \boxed{}_{(107)} S_3(x)$$

と書ける.

2 差が2である素数の組を双子素数とよぶ。たとえば, 3と5, 5と7, 11と13などが双子素数である。つぎのプログラムは, 1000未満の双子素数(両方の素数が1000未満)を求めるプログラムである。

解答欄には選択肢から空欄に入れるもっとも適切なものを選び, その番号を答えなさい。

```
100 LET P = 3
110 LET Q = 

|       |       |
|-------|-------|
| (201) | (202) |
|-------|-------|


120 IF Q >= 1000 THEN GOTO 220
130 LET R = 

|       |       |
|-------|-------|
| (203) | (204) |
|-------|-------|


140 IF R >= P THEN GOTO 

|       |       |
|-------|-------|
| (205) | (206) |
|-------|-------|


150 IF INT(P / R) * R = P THEN GOTO 200
160 IF INT(Q / R) * R = Q THEN GOTO 200
170 LET R = 

|       |       |
|-------|-------|
| (207) | (208) |
|-------|-------|


180 GOTO 

|       |       |
|-------|-------|
| (209) | (210) |
|-------|-------|


190 PRINT P, Q
200 LET P = 

|       |       |
|-------|-------|
| (211) | (212) |
|-------|-------|


210 GOTO 

|       |       |
|-------|-------|
| (213) | (214) |
|-------|-------|


220 END
```

[選肢肢]

(01) P

(02) Q

(03) R

(04) 1

(05) 2

(06) 3

(07) $P + 2$

(08) $Q + 2$

(09) $R + 2$

(10) 100

(11) 110

(12) 120

(13) 130

(14) 140

(15) 150

(16) 160

(17) 170

(18) 180

(19) 190

(20) 200

(21) 210

(22) 220

(23) 230

(24) 240