物　理

1. 以下の文章中の[　　]に適切な数式または数値を記入しなさい。ただし[（ウ）]には単位をつけ，[（キ）]には｛　｝中の正しい記述に対応する記号（(a)～(f)のいずれか1つ）を選んで記入しなさい。

質量mの理想気体分子が体積Vの立方体容器内にあり，その物質量をnとする。座標軸を各壁面に垂直にとり，分子の速度のx，y，z成分をv_x，v_y，v_zとすると，x軸に垂直な壁にかかる圧力は$P_x = \dfrac{nN_{\mathrm{A}}m\overline{v_x^2}}{V}$となる。ここで$N_{\mathrm{A}}$はアボガドロ定数で，$\overline{v_x^2}$は各分子の$v_x^2$の平均を表す。速度の2乗の平均を$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$，この気体1 molあたりの質量を$M$とすると，分子の運動はどの方向にもかたよりがないので，容器の壁にかかる圧力は，n，M，V，$\overline{v^2}$を使って，$P =$[（ア）]と表される。理想気体の状態方程式を使ってPとVを消去し，気体定数をR，絶対温度をTとすると，速度の2乗の平均の平方根（2乗平均速度）は$\sqrt{\overline{v^2}} =$[（イ）]となる。これから$T = 280$ Kの窒素分子（$M = 2.8\times10^{-2}$ kg/mol）の2乗平均速度の値は，$R = 8.3$ J/(mol・K)を使って[（ウ）]と計算される。

図1は気体分子の速度分布を測定する装置の概念図である。温度Tの分子源にあけられた小穴Sを出た気体分子の一部は，固定された小穴S′を通る。半径rの円筒には小穴S″と多数の検出器があり，円筒の中心Oのまわりを円筒とともに角速度ωで回転している（図1の円筒上の白丸はそれぞれが検出器1つを示す）。S，S′，Oは図1のように直線上にあり，その延長線上に点Pをとる。気体分子は図1のようにS′とS″が重なる時刻$t = 0$に円筒内に入り，他の時刻には入ることができない。円筒上の点Qの位置を$\angle\mathrm{POQ} = \theta$で表すと，$t = 0$では図1のように検出器は$0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$の範囲にあり，小穴S″は$\theta = \pi$にある。円筒内に入った速さ$v$の分子が，円筒が1回転するまでに，ある検出器で検出されたとすると，その検出器は$t = 0$では$\theta =$[（エ）]にあった。これより，円筒が1回転するまでに速さ$v \geqq 100$ m/sの分子だけを観測するためには，$r = 5$ cmの装置の場合，円筒の回転の周波数$f = \dfrac{\omega}{2\pi}$を[（オ）]Hzとすればよいことがわかる。なお，円筒内では分子どうしは衝突せず，速度は変化しないとする。

ここで周波数fをさまざまな値に変えて測定すると，分子の速度分布がわかる。そこで，ある理想気体分子の速度分布を分子源の温度がT_{A}，T_{B}，T_{C}の場合について測定した。その結果から分子源内の分子の速さ分布として，それぞれ図2のA，B，Cの曲線が得られた。各曲線において，分子数の最大値$N_{\max}$を与える速さを$v_{\max}$とする。図2では曲線Bの$N_{\max}$と$v_{\max}$が示されている。理想気体では$v_{\max}$は$\sqrt{\overline{v^2}}$に比例する。このことから，$T_{\mathrm{A}} : T_{\mathrm{B}} : T_{\mathrm{C}} = 1 :$[（カ）]である。また，速さ分布の広がりを表すために，分子数が$\dfrac{N_{\max}}{2}$となる曲線上の2つの速さの間隔$\varDelta v$（$\varDelta v > 0$）を使う。図2では曲線Bの$\varDelta v$が[⟷]で示されている。曲線A, B, Cから$\varDelta v$を読み取ると，$\varDelta v$は[（キ）｛(a) Tに比例する，(b) Tに反比例する，(c) T^2に比例する，(d) T^2に反比例する，(e) $\sqrt{T}$に比例する，(f) $\sqrt{T}$に反比例する｝]と推定できる。

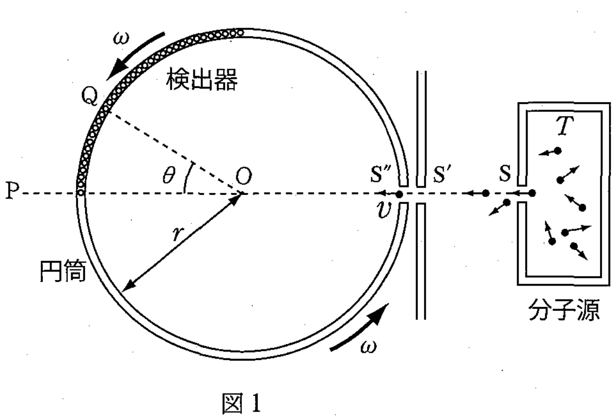

図1

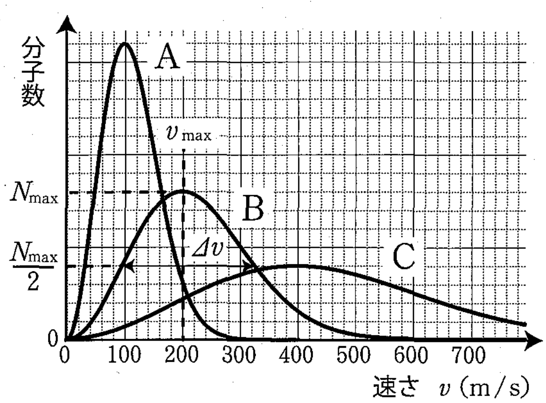

図2

2. 以下の文章中の$\boxed{}$に適切な数式または数値を記入しなさい。<u>**ただし，解答に使える物理量は，v_x と v_y および V，m，θ，a，μ' だけとする。**</u>

（1） 小球が図1のように，運動するなめらかな平板と弾性衝突をして進行方向を変える。x，y 軸を図1の方向にとり，小球は x–y 平面内で運動するものとする。小球が平板に衝突する前後の速度は，静止した観測者から見てそれぞれ $\vec{v}=(v_x,\ v_y)$，$\vec{v'}=(v_x',\ v_y')$ であり，$v_x>0$，$v_y\geqq 0$ とする。平板は x 軸に垂直で十分に広く，その速度の x 成分は一定値 V であり，y 成分は0で，これらは小球との衝突により変化しないとする。ただし，V は正負いずれの値もとるが，小球と平板が衝突するように $V<v_x$ を満たす。図1のように小球の入射角を θ，反射角を θ' とすると，$\tan\theta=\dfrac{v_y}{v_x}$ および $\tan\theta'=-\dfrac{v_y'}{v_x'}$ の関係がある。なお，重力や小球の回転運動は考えなくてよい。

平板とともに運動する観測者から見ると，小球の速度の x 成分は，衝突前は $\boxed{（ア）}$，衝突後は $\boxed{（イ）}$ である。これを静止した観測者から見ると，衝突後の小球の速度の x 成分は $v_x'=\boxed{（ウ）}$ である。$v_y>0$ の場合は，平板とともに運動する観測者から見ると，小球と平板の衝突は図2のように見える。このときの入射角を i とすると，$\tan i=\boxed{（エ）}$ である。また，平板とともに運動する観測者から見ると，入射角と反射角が等しいこともわかる。一方，静止した観測者から見た反射角 θ' は，$\tan\theta'=\boxed{（オ）}$ を満たす。このことから，$V=0$ の時だけ $\theta'=\theta$ となり，$V>0$ では $\theta'>\theta$，$V<0$ では $\theta'<\theta$ となることがわかる。また，（オ）より，$V>\boxed{（カ）}$ ならば $\theta'>\dfrac{\pi}{2}$ となり，小球は衝突後も x 方向に進み続ける（$v_x'>0$）。このように入射角が θ のとき，$V<v_x$ の範囲で V を変えれば，反射角 θ' を $\boxed{（キ）}<\theta'<\boxed{（ク）}$ の領域で変化させることができる。

（2） 以下では平板の速度の y 成分は0のまま，x 成分を一定の負の加速度 $-a\,(a>0)$ で変化させる。さらにここでは，小球と平板間の反発係数は $e>0$，動摩擦係数は μ' とする。また静止した観測者から見る場合だけを考え，小球は（1）と同様に $x-y$ 平面内で運動するものとする。ここでも重力や小球の回転運動は考えなくてよい。時刻 $t=0$ で小球は平板に接触した後，平板から力を受けながら平板とともに進んだ。時刻 $t<0$ での小球の速度を（1）と同様に $\vec{v}=(v_x,\ v_y)$ と表すと（ただし $v_x>0$），小球が平板からはね返らなかったので，平板の速度の x 成分は時刻 $t=0$ では $\boxed{（ケ）}$ であったことがわかる。また小球の質量を m とすると，時刻 $t>0$ に小球が平板から受ける力の x 成分は $\boxed{（コ）}$ である。その後，時刻 $t=T$ で平板を取り除いた。時刻 $t\geqq T$ での小球の速度を $\vec{v'}=(v_x',\ v_y')$ と表すと，小球が x 方向へ進み続ける（$v_x'>0$）ためには，$T<\boxed{（サ）}$ とすればよい。$v_y>0$ の場合には，小球は $t=0$ で平板に接触した後，平板面上を運動する。この間，小球は平板から摩擦力を受け速度の y 成分は減少する。時刻 $t\geqq T$ で $v_y'=0$ となる条件は，小球と平板面間の動摩擦係数 μ' を使って，$T\geqq\boxed{（シ）}$ と表される。反射角 θ' を $\tan\theta'=-\dfrac{v_y'}{v_x'}$ で与えると，$v_x'>0$ かつ $v_y'=0$ ならば反射角は最大値 $\theta'=\pi$ をとる。このような T が存在するための条件は，入射角 θ を（1）と同様に $\tan\theta=\dfrac{v_y}{v_x}$ で与えると，$\tan\theta<\boxed{（ス）}$ である。

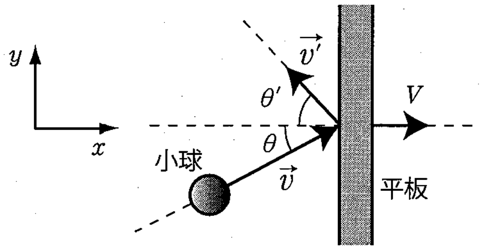

図1

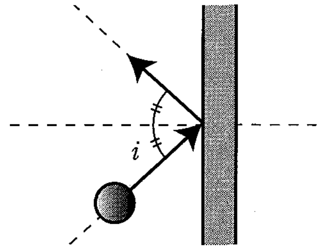

図2

3. 以下の文章中の $\boxed{}$ に適切な数式または数値を記入しなさい。**ただし，解答に使える物理量は，V，Q，d_1，d_2だけとする。**

図のように，極板A，Bで構成された平行板コンデンサーがスイッチと抵抗を通して起電力 V（$V>0$）の電池に接続されている。極板Aは動かすことができるが極板Bは固定されている。極板A，Bの間隔は d で，d が変化しても極板Aは極板Bといつも平行に保たれている。x 軸の向きは図の矢印の方向にとり，極板間の電場は一様であるとする。

はじめに，極板間隔を $d=d_1$ に固定し，スイッチを閉じて極板A，Bの電位差を V とした。このとき極板A，Bに蓄えられている電気量をそれぞれ Q，$-Q$ とし，この状態を状態Iとする。極板Bに蓄えられた電荷が極板Aの位置に作る電場は極板間の電場の $\frac{1}{2}$ である。また，電荷は自分自身が作る電場からは力を受けないことに注意すると，極板Aが電場から受ける力の x 成分は $\boxed{（ア）}$ である。

次に，スイッチを開き，極板Aに外力を加えながら $d=d_2$ までゆっくり動かした。この状態を状態IIとする。状態Iから状態IIまでの過程で，極板A，Bに蓄えられた電気量は一定である。したがって，この過程で外力がした仕事は $W^{外力}_{\mathrm{I-II}}=\boxed{（イ）}$ である。一方，極板A，Bの電位差は V から $V_2=\boxed{（ウ）}$ に変化した。したがって，状態I，IIでコンデンサーに蓄えられている静電エネルギーをそれぞれ U_{I}，U_{II} とすると，$U_{\mathrm{II}}-U_{\mathrm{I}}=\boxed{（エ）}$ である。

つづいて，極板間隔を $d=d_2$ に固定し，スイッチを閉じて極板A，Bの電位差を V_2 から再び V とした。この状態を状態IIIとする。状態IIから状態IIIまでの過程で，極板Aの電気量は Q から $Q_3=\boxed{（オ）}$ に変化するので，電池がした仕事は $W^{電池}_{\mathrm{II-III}}=V(Q_3-Q)$ である。一方，状態IIIでコンデンサーに蓄えられている静電エネルギーを U_{III} とすると，状態IIから状態IIIまでの過程で静電エネルギーは $U_{\mathrm{III}}-U_{\mathrm{II}}$ だけ変化する。したがって，この過程で抵抗から発生するジュール熱の総計は $\boxed{（カ）}$ である。

ひきつづき，スイッチを開き，極板Aに外力を加えながら $d=d_1$ までゆっくり動かした。この状態を状態IVとする。状態IIIから状態IVまでの過程で外力がした仕事を $W^{外力}_{\mathrm{III-IV}}$ とする。一方，極板A，Bの電位差は V から V_4 に変化した。

最後に，極板間隔を $d=d_1$ に固定し，スイッチを閉じて極板A，Bの電位差を V_4 から V とすると状態Iに戻る。この過程で電池がした仕事を $W^{電池}_{\mathrm{IV-I}}$ とする。

図は上で述べたサイクルを表し，各状態の極板間隔，極板A，Bの電位差，極板A，Bの電気量を示している。このサイクルを1周した前後で，コンデンサーに蓄えられた静電エネルギーは変化しない。また，サイクルを1周する間に電池がした仕事の総計は $W^{電池}_{\mathrm{II-III}}+W^{電池}_{\mathrm{IV-I}}=\boxed{（キ）}$ であり，外力がした仕事の総計は $W^{外力}_{\mathrm{I-II}}+W^{外力}_{\mathrm{III-IV}}$ である。したがって，サイクルを1周する間に抵抗から発生するジュール熱の総計は $\boxed{（ク）}$ である。