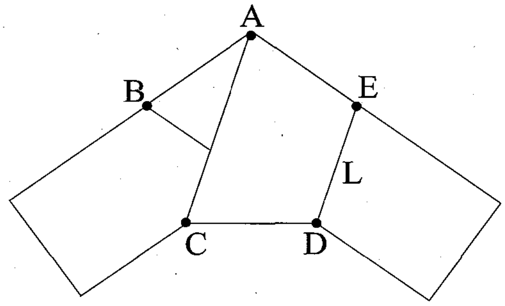
I　1810 年に会田安明 (1747-1817) の和算書「算法天生法指南」が発行された。そこにはつぎのような問題が掲載されている。

今以横長紙結之, 作五角形, 只云横一寸五角形幾何。答曰 ...

幅一寸 (約 3 cm) の横長の紙を結んで正五角形 ABCDE を作れば, その正五角形の一辺の長さはどれほどか, という問題である。図で示せばつぎのようになる。



これを解くために, $x = \cos 18^\circ$ の値をもとめる。x は方程式

$$\boxed{(1)}\boxed{(2)}\,x^4 - \boxed{(3)}\boxed{(4)}\,x^2 + 5 = 0$$

をみたす。これより, もとめる正五角形の一辺の長さ L は

$$\sqrt{\boxed{(5)} - \frac{\boxed{(6)}\sqrt{\boxed{(7)}}}{\boxed{(8)}}} \quad (\text{寸})$$

であることがわかる。その正五角形の面積は

$$\frac{L^2}{\boxed{(9)}}\sqrt{\boxed{(10)}\boxed{(11)} + \boxed{(12)}\boxed{(13)}\sqrt{\boxed{(14)}}} \quad (\text{寸}^2)$$

である。

II (1) $t=\tan\dfrac{\theta}{2}$ とおくと

$$\cos\theta=\frac{\boxed{(15)}\boxed{(16)}+\boxed{(17)}\boxed{(18)}\,t^2}{1+t^2},\quad \sin\theta=\frac{\boxed{(19)}\boxed{(20)}\,t}{1+t^2}$$

を得る。

(2) 実数 t に対して

$$p_t=-\frac{t^2+2}{2(t^2+1)},\quad q_t=\frac{t^2+2t+1}{t^2+1}$$

とおく。

$$(ap_t+b)^2+(cq_t+d)^2=1$$

が任意の t に対して成立するように定数 $a\ (>0),\ b,\ c\ (>0),\ d$ をもとめると,

$$a=\boxed{(21)}\boxed{(22)},\quad b=\boxed{(23)}\boxed{(24)},\quad c=\boxed{(25)}\boxed{(26)},\quad d=\boxed{(27)}\boxed{(28)}$$

である。

(3) p_t, q_t を (2) で定義した t の関数とする。任意の実数 t に対して $p_t<M$ をみたす実数 M 全体のなかで最小のものは $\dfrac{\boxed{(29)}\boxed{(30)}}{\boxed{(31)}\boxed{(32)}}$ である。

III　整数 n を自然数 m で割った余り r $(0 \leqq r < m-1)$ を $n \bmod m$ と書く。x, y は 0 以上の整数として，つぎの 8 つの条件のそれぞれが $x \bmod 2 = y \bmod 2$ の必要十分条件であるかどうかを判定せよ。もし必要十分条件なら 1 を，そうでなければ 0 を対応する解答欄にマークしなさい。

1. $x+y$ は奇数である。 $\boxed{(33)}$
2. $x+y$ は偶数である。 $\boxed{(34)}$
3. xy は奇数である。 $\boxed{(35)}$
4. xy は偶数である。 $\boxed{(36)}$
5. $3x+7y$ は偶数である。 $\boxed{(37)}$
6. $(x+1)y^2$ は奇数である。 $\boxed{(38)}$
7. $x+y$ および xy はともに偶数である。 $\boxed{(39)}$
8. xy は 4 で割り切れない偶数である。 $\boxed{(40)}$

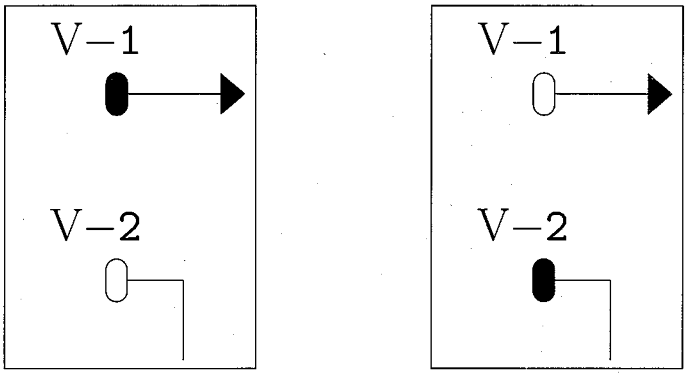
IV　以下 x, y, z は0以上の整数とする。

(1)　$x+y+z=24$ をみたす組 (x, y, z) は $\boxed{(41)}\boxed{(42)}\boxed{(43)}$ 個ある。

(2)　$x \leqq y \leqq z$ および $x+y+z=24$ をみたす組 (x, y, z) は $\boxed{(44)}\boxed{(45)}$ 個ある。

(3)　$x+2y+3z=24$ をみたす組 (x, y, z) は $\boxed{(46)}\boxed{(47)}$ 個ある。

V　つぎの **1**, **2** のうち, いずれか1問を選択し答えなさい。 **1** を選択する場合, 解答用紙の V−1 をマークし, **2** を選択する場合, V−2 をマークしなさい。



1　つぎは仮想世界での話である。ある生物の雌雄一対がある日ある時刻に生まれた。その対を A と名づける。A は1時間後に雌雄一対の子をもうけた。さらに1時間後雌雄一対の子をもうけ, その30分後に死んだ。A の子孫の対はどれも A と同じ一生を送った。さて, A 誕生から n 時間後に生存する対の数を $f(n)$ とし, $f(n)$ の変化を問題としよう。$n = 0, 1, 2, 3$ に対しては,

$$f(0) = 1,\ f(1) = 2,\ f(2) = 4,\ f(3) = 6$$

となる。その後の推移は,

$$f(6) = \boxed{(101)}\boxed{(102)},\quad f(7) = \boxed{(103)}\boxed{(104)},\quad f(8) = \boxed{(105)}\boxed{(106)},\quad \ldots$$

となる。

2　現在広く用いられているグレゴリウス暦のカレンダーでは，平年は 1 年が 365 日であるが，約 4 年に一度ある，うるう年は 1 年が 366 日である。その年，うるう年かどうかは，次の規則によって決められている。

1. 西暦年が 4 で割り切れない年は平年とする。
2. 西暦年が 4 で割り切れるが，100 で割り切れない年はうるう年とする。
3. 西暦年が 100 で割り切れるが，400 で割り切れない年は平年とする。
4. 西暦年が 400 で割り切れる年はうるう年とする。

これによると，400 年に $\boxed{(201)}\boxed{(202)}$ 回のうるう年があり，1 年は平均 365 日と $\boxed{(203)}$ 時間 $\boxed{(204)}\boxed{(205)}$ 分 $\boxed{(206)}\boxed{(207)}$ 秒となり，地球の公転周期とほぼ一致する。

つぎのプログラムは，与えられた西暦年がうるう年かどうかを判定するものである。選択肢から空欄を埋めるもっとも適切なものを選び，その番号を答えなさい。

```
100   INPUT  Y
110   IF  INT(Y/4)*4  [(208)] Y  THEN  GOTO [(209)]
120   IF  INT(Y/100)*100  [(210)] Y  THEN  GOTO [(211)]
130   IF  INT(Y/400)*400  [(212)] Y  THEN  GOTO [(213)]
140   PRINT  "うるう年"
150   GOTO  [(214)]
160   PRINT  "平年"
170   END
```

[選択肢]

(1)　110	(2)　120	(3)　130
(4)　140	(5)　150	(6)　160
(7)　170	(8)　=	(9)　<>