Ⅰ 次の $\boxed{}$ にあてはまる最も適当な数または式を解答欄に記入しなさい。

（1） $x>0$ のとき，$\left(x+\dfrac{1}{x}\right)\left(2x+\dfrac{1}{2x}\right)$ の最小値は $\boxed{\text{(ア)}}$ である。

（2） $\left(\dfrac{1}{4}\right)^{\log_2 3}=$ $\boxed{\text{(イ)}}$ である。

（3） 三角形ABCにおいて，AB $=5$，AC $=4$ であり，∠A の大きさが ∠B の大きさの 2 倍であるとする。このとき BC $=$ $\boxed{\text{(ウ)}}$ である。

（4） 関数 $y=x^3-6x^2-3x$ の極大値は $\boxed{\text{(エ)}}$ である。

（5） 点$(3,\ 1)$から円 $x^2+y^2=5$ に 2 本の接線を引き，その 2 つの接点をそれぞれ A，B とする。このとき 2 点 A，B を通る直線の方程式は $y=$ $\boxed{\text{(オ)}}$ である。

II　次の $\boxed{}$ にあてはまる最も適当な数または式を解答欄に記入しなさい。

（1）　2次方程式 $2x^2+4x+3=0$ の2つの解を α, β とする。このとき $(\alpha-1)(\beta-1)=$ $\boxed{(カ)}$ であり，$(\alpha-1)^4+(\beta-1)^4=$ $\boxed{(キ)}$ である。

（2）　第11項が70であり，初項から第3項までの和が777である等差数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n は $a_n=$ $\boxed{(ク)}$ である。また $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とするとき，S_n の最大値は $\boxed{(ケ)}$ である。

（3）　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，関数 $y=3(\sin\theta+\cos\theta)-2\sin\theta\cos\theta$ の最大値を求めよう。$x=\sin\theta+\cos\theta$ とおいて，y を x の関数で表すと $y=$ $\boxed{(コ)}$ と表せる。これより y の最大値は $\boxed{(サ)}$ であることがわかる。

（4）　三角形ABCの内部の点Pについて，$\overrightarrow{AP}+2\overrightarrow{BP}+3\overrightarrow{CP}=\vec{0}$ が成り立っているとする。このとき $\overrightarrow{AP}$ を $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ を用いて表すと $\overrightarrow{AP}=$ $\boxed{(シ)}$ と表せる。また，直線CPと直線ABとの交点をQとして，$\overrightarrow{AQ}=k\overrightarrow{AB}$ とすると $k=$ $\boxed{(ス)}$ である。

（5）　放物線 $y=x^2+x+2$ を F_1 とし，放物線 $y=x^2-7x+10$ を F_2 とする。また2つの放物線 F_1, F_2 の両方に接する直線を ℓ とする。このとき，直線 ℓ の方程式は $y=$ $\boxed{(セ)}$ であり，放物線 F_1, F_2 と直線 ℓ で囲まれる部分の面積は $\boxed{(ソ)}$ である。

Ⅲ 次の $\boxed{}$ にあてはまる最も適当な数を解答欄に記入しなさい。

（1） 1から10までの数字が書かれたカードが，それぞれ1枚ずつ合計10枚入っている袋がある。この袋の中から3枚のカードを同時に取り出すとき，次の確率を求めなさい。

（i） 3枚のカードの数の積が500以上である確率は $\boxed{\text{(タ)}}$ である。

（ii） 3枚のカードの数の積が5の倍数である確率は $\boxed{\text{(チ)}}$ である。

（iii） 3枚のカードの数の積が10の倍数である確率は $\boxed{\text{(ツ)}}$ である。

（2） 1から10までの数字が書かれたカードが，それぞれ1枚ずつ合計10枚入っている袋がある。この袋の中から2枚のカードを同時に取り出し，その2枚のカードの数を記録して，カードを2枚とも袋に戻し，袋の中のカードをかき混ぜる。この操作を3回繰り返す。このとき，次の確率を求めなさい。

（i） 取り出した2枚のカードの数の積が，3回目に初めて奇数となる確率は $\boxed{\text{(テ)}}$ である。

（ii） 1回目，2回目，3回目に記録した合計6枚のカードの数について，奇数が3個，偶数が3個である確率は $\boxed{\text{(ト)}}$ である。

Ⅳ $f(x) = \dfrac{1}{3}\displaystyle\int_0^3 (x+t)|x-t|\,dt$ とする。次の問いに答えなさい。

（1） $f(x)$ を計算しなさい。

（2） 関数 $y = f(x)$ のグラフをかきなさい。

（3） $-1 \leqq x \leqq 2$ における関数 $f(x)$ の最大値と最小値を求めなさい。

V　m, n を自然数とし，座標空間内に３点 A(1, 0, 0), B(0, m, 0), C(0, 0, n) をとる。また，三角形 ABC の面積を S とする。次の問いに答えなさい。

（１）　$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}} = \vec{c}$ とする。このとき S を，$\vec{b}$，$\vec{c}$ の大きさ $|\vec{b}|$，$|\vec{c}|$ と内積 $\vec{b}\cdot\vec{c}$ を用いて表しなさい。ただし，答えのみを記すこと。

（２）　上の（１）を利用して，次の関係式が成り立つことを示しなさい。

$$4S^2 = m^2 + n^2 + m^2n^2$$

（３）　上の（２）の関係式を満たす自然数の組（m, n, S）が存在するならば，m, n はともに偶数であることを示しなさい。

（４）　S が 10 以下の自然数であるような自然数の組（m, n, S）をすべて求めなさい。