I (1) 2変数の分数式 $f_n(x,y)$, $n=0,1,2,\cdots$ を

$$f_0(x,y)=x,\ f_1(x,y)=y,\ f_{n+2}(x,y)=\frac{1+f_{n+1}(x,y)}{f_n(x,y)}\quad (n=0,1,2,\cdots)$$

によって定義する。このとき

$$f_4(x,y)=\frac{1+\boxed{(1)}\,x+\boxed{(2)}\,y}{\boxed{(3)}+\boxed{(4)}\,x+\boxed{(5)}\,y}$$

である。また $n \geqq 3$ で $f_n(x,y)$ が多項式となる最小の n は $n=\boxed{(6)}$ で $f_{\boxed{(6)}}(x,y)=x$ であり, 次に $f_n(x,y)=x$ となるのは $n=\boxed{(7)}\boxed{(8)}$ のときである。

(2) $\tan a=\dfrac{1}{3}$, $\tan b=\dfrac{1}{23}$ のとき

$$\tan(2a-b)=\frac{\boxed{(9)}\boxed{(10)}}{\boxed{(11)}\boxed{(12)}}$$

となる。

(3)

$$(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{\boxed{(13)}})^3=a\sqrt{2}+b\sqrt{3}+\boxed{(14)}\boxed{(15)}\sqrt{\boxed{(13)}}+\boxed{(16)}\boxed{(17)}$$

となる。ただし a, b, $\boxed{(13)}$ は自然数である。また $\boxed{(13)}$ は1桁で, $\sqrt{\boxed{(13)}}$ は $\sqrt{2}, \sqrt{3}$ の整数倍を除く無理数である。

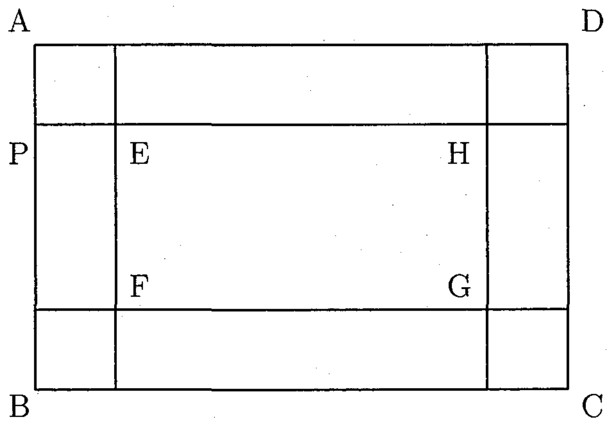
II　長方形 ABCD の周の長さを L, 面積を S とする。下図のように 4 すみから合同な正方形を切り取り, 残りを折り曲げて, EFGH を底面とするふたのない直方体を作る。$\mathrm{AB} \leqq \mathrm{BC}$, 切り取る正方形の一辺の長さを AP とする。直方体の体積が最大となるとき

$$\mathrm{AP} = \frac{\boxed{(18)}\boxed{(19)}\, L - \sqrt{L^2 - \boxed{(20)}\boxed{(21)}\, S}}{\boxed{(22)}\boxed{(23)}}$$

であり

$$\frac{1}{\mathrm{EF}} + \frac{1}{\mathrm{FG}} = \frac{1}{\boxed{(24)}\boxed{(25)}\ \mathrm{AP}}$$

となる。



III 次の **1**, **2** のうち, いずれか1問を選択し答えなさい。選択した問題の番号を $\boxed{(26)}$ に記入し, **1** を選んだ場合は解答欄の $\boxed{(27)}$ から $\boxed{(34)}$ に, **2** を選んだ場合は $\boxed{(35)}$ から $\boxed{(54)}$ に答えなさい。

1 原点を中心とする半径1の球の体積 V を求める。空間の座標を (x, y, z) とし, 原点 $(0,0,0)$ と $(0,0,1)$ を結ぶ線分を n 等分すると, 端点を含めて各点は

$$(0, 0, \frac{k}{n}),\ k = 0, 1, 2, \cdots, n$$

となる。ここで $0 \leqq k \leqq n-2$ に対して, $(0, 0, \frac{k}{n})$ を通り xy 平面に平行な面および $(0, 0, \frac{k+1}{n})$ を通り xy 平面に平行な面で球を切る。この2面に挟まれた部分を, 上の面を底面とする円柱で近似したとき, その体積は

$$\left(\boxed{(27)} - \left(\frac{k+1}{n}\right)^2\right)\frac{\pi}{n}$$

となる。同様に $0 \leqq k \leqq n-1$ に対して, $(0, 0, \frac{k}{n})$ を通り xy 平面に平行な面および $(0, 0, \frac{k+1}{n})$ を通り xy 平面に平行な面で球を切り, この2面に挟まれた部分を, 下の面を底面とする円柱で近似する。以上のことから V は

$$1 - \frac{1}{n} - \frac{1}{\boxed{(28)}}\left(1 - \frac{1}{n}\right)\left(\boxed{(29)} - \frac{1}{n}\right) \leqq \frac{V}{\boxed{(30)}\,\pi} \leqq 1 - \frac{1}{\boxed{(31)}}\left(1 - \frac{1}{n}\right)\left(\boxed{(32)} - \frac{1}{n}\right)$$

を満たすことが分かる。n を大きくすると $\frac{1}{n}$ は0に近づくので $V = \dfrac{\boxed{(33)}}{\boxed{(34)}}\pi$ であることが分かる。

2 次のプログラムは2次方程式 $\mathrm{A}x^2+\mathrm{B}x+\mathrm{C}=0$ $(A \neq 0)$ の解を求めるものである。判別式が正であれば2つの解を求め，判別式が0であれば重解を求める。また判別式が負の場合は解がないことを表示する。プログラムの空欄に選択肢から最も適切なものを選びその番号を答えなさい。

```
100  INPUT A, B, C
110  D = [(35)(36)] ^2−4 * [(37)(38)] *C
120  IF [(39)(40)] THEN
130  LET X1 = (−B+ [(41)(42)] (D))/2*A
140  LET X2 = (−B− [(41)(42)] (D))/2*A
150  PRINT X1; ”または” ; X2
160  [(43)(44)] [(45)(46)] THEN
170  X =−B/2*A
180  PRINT ”[(47)(48)]” ; X
190  [(49)(50)]
200  PRINT ”[(51)(52)]”
210  [(53)(54)]
220  END
```

[選択肢]

(01) A	(02) B	(03) C	(04) D	(05) N
(06) D = 0	(07) D > 0	(08) D < 0	(09) 解なし	(10) 重解
(11) IF	(12) ELSE	(13) ELSEIF	(14) END	(15) END IF
(16) THEN	(17) GOTO	(18) PRINT	(19) LET	(20) SQR
(21) INT	(22) MOD	(23) *	(24) /	(25) **

IV 整数を係数とする n 次方程式

$$f(x) = x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \cdots + a_{n-1}x + a_n = 0$$

を考える。ただし $n \geqq 4$ とする。このとき任意の $a_1, a_2, \cdots, a_{n-1}$ に対して, a_n をうまく選べば $f(x)$ は整数の範囲で因数分解できないことを示す。ここで次の事実を用いる。

(A) 複素数の範囲ではすべての多項式は1次式の積に因数分解できる。

(B) 複素数 $z = a + ib$ に対して $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ とする。このとき, $|z_1z_2| = |z_1||z_2|$, $|z_1 + z_2| \leqq |z_1| + |z_2|$ となる。

以下の証明の空欄に選択肢から最も適切なものを選びその番号を解答欄に記入しなさい。

証明： a_n を素数とする。整数の範囲で因数分解できたとすると, 整数を係数とする2つの多項式 $g(x) = x^m + b_1x^{m-1} + \cdots + b_m$ と $h(x) = x^{n-m} + c_1x^{n-m-1} + \cdots + c_{n-m}$ が存在し

$$f(x) = g(x)h(x), \quad |b_m| \leqq |\boxed{(55)}\boxed{(56)}|$$

の形に書ける。定数項を比較し, a_n が素数であることに注意すれば $|b_m| = \boxed{(57)}\boxed{(58)}$ である。ここで上の事実 $\boxed{(59)}\boxed{(60)}$ を用いれば複素数 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n$ が存在し

$$g(x) = (x - \alpha_1)(x - \alpha_2) \cdots (x - \alpha_m)$$

となり, したがって

$$|\alpha_1\alpha_2 \cdots \alpha_m| = |b_m|$$

となる。もし $|\alpha_i| > 1$ がすべての $1 \leqq i \leqq m$ に対して成り立つと上の事実 (B) より $|b_m| > \boxed{(61)}\boxed{(62)}$ となり先ほど求めた結果に矛盾する。よって, ある j で $|\alpha_j| \leqq \boxed{(63)}\boxed{(64)}$ である。ここで $\alpha = \alpha_j$ とする。このとき $f(\alpha) = \boxed{(65)}\boxed{(66)}$ となる。よって上の事実 $\boxed{(67)}\boxed{(68)}$

を用いて

$$
\begin{aligned}
|\boxed{(69)}\boxed{(70)}| &= |\alpha^n + a_1\alpha^{n-1} + \cdots + a_{n-1}\alpha| \\
&\leqq |\alpha|^n + |a_1||\alpha|^{n-1} + \cdots + |\alpha_{n-1}||\alpha| \\
&\leqq \boxed{(71)}\boxed{(72)} + |a_1| + |a_2| + \cdots + |a_{n-1}|
\end{aligned}
$$

となる。よって $\boxed{(73)}\boxed{(74)}$ を $\boxed{(71)}\boxed{(72)} + |a_1| + |a_2| + \cdots + |a_{n-1}|$ より $\boxed{(75)}\boxed{(76)}$ とれば矛盾が生じる。このような a_n に対して整数の範囲で $f(x)$ が因数分解できないことが分かる。

[選択肢]

(01)	a_n	(02)	a_m	(03)	a_{n-m}	(04)	a_{m-n}	(05)	(A)
(06)	b_n	(07)	b_m	(08)	b_{n-m}	(09)	b_{m-n}	(10)	(B)
(11)	c_n	(12)	c_m	(13)	c_{n-m}	(14)	c_{m-n}	(15)	(C)
(16)	-2	(17)	-1	(18)	0	(19)	1	(20)	2
(21)	大きく	(22)	小さく	(23)	倍数	(24)	素数	(25)	整数

V　慶應義塾大学湘南藤沢キャンパス（SFC）では，毎年夏休みに高校生向けにオープンキャンパスを開催し，総合政策学部と環境情報学部について説明している。その開催期間，場所，説明役のSFC生の所属と出身を次のように決めた。

1. 開催期間を4日とする。
2. 場所は，κ（カッパ），ε（イプシロン），ι（イオタ），o（オミクロン）の4棟の建物とする。
3. 説明役の所属は，総合政策学部（P），環境情報学部（E），大学院政策・メディア研究科修士課程（M），大学院政策・メディア研究科博士課程（D）とする。
4. 説明役の出身地は，東北地区（n），関東地区（e），関西地区（w），九州四国地区（s）とする。

このように4日間で4つの棟で行うオープンキャンパスにおいて，所属あるいは出身が一致しない16名のSFC生を各棟および各日ごとに1名ずつ配置した。次の配置は各棟および各日に4つの所属と4つの出身地が必ず一度は現れる配置である。ただし例えばP-nは総合政策学部の東北地区出身者の意味である。番号のある空欄に選択肢から最も適切なものを選びその番号を解答欄に答えなさい。

	κ	ε	ι	o
1日目	P-n	E-e	□-□	□-□
2日目	(77)-(78)	D-w	□-□	□-□
3日目	(79)-(80)	(81)-(82)	E-s	□-□
4日目	(83)-(84)	(85)-(86)	(87)-(88)	M-e

[選択肢]

(1)　P　(2)　E　(3)　M　(4)　D

(5)　n　(6)　e　(7)　w　(8)　s