［Ｉ］

以下の文章の空欄に適切な数または式を入れて文章を完成させなさい。

（1）　$\alpha > -5$ とし，xy 平面上の 2 つの円

$$O_1 : x^2 + y^2 = 1$$

$$O_2 : x^2 + 2x + y^2 - 4y - \alpha = 0$$

を考える。この 2 円が 2 点で交わるような α の値の範囲は $\boxed{（あ）}$ である。また，このときその 2 つの交点を通る直線の方程式は $y = \boxed{（い）}$ である。

（2）　半径 1 の円周上に点 A, B, P がある。弦 AB の長さを r $(0 < r \leqq 2)$ とする。点 A, B を固定し点 P をこの円周上で動かすときの△ABP の面積の最大値は $\boxed{（う）}$ である。次に，点 A, B もこの円周上で動かすとき，$\boxed{（う）}$ が最大となる r の値は $\boxed{（え）}$ であり，その最大値は $\boxed{（お）}$ である。

（3）　（ i ）　$\dfrac{x-1}{(x+1)(x^2+1)} = \dfrac{a}{x+1} + \dfrac{bx+c}{x^2+1}$ と変形するとき $a = \boxed{（か）}$，$b = \boxed{（き）}$，$c = \boxed{（く）}$ である。

（ii）　$\displaystyle\lim_{T \to \infty} \int_0^T \frac{|x-1|}{(x+1)(x^2+1)}\,dx = \boxed{（け）}$ である。

[Ⅱ]

設問（1）から（4）では，文章の空欄に適切な数または式を入れて文章を完成させなさい。また，設問（5）に答えなさい。

n，m を自然数とする。xy 平面上で x 座標も y 座標も整数である点全体の集合を U で表す。いま点（0，0）上に球を1個置き，次の操作Tを n 回繰返し行うことにより球を U 上で動かす。

操作T

> 球が置かれている点を（a，b）とするとき，球を（$a+1$，$b+1$），（$a+1$，$b-1$），（$a-1$，$b+1$），（$a-1$，$b-1$）のどれかの点の上に確率 $\frac{1}{4}$ ずつで移す。

操作Tを1回行った時点で球が置かれている点の座標を（a_1，b_1）で表す。同様に，操作Tを i 回（$i=1$，2，3，$\cdots$，n）繰返し行った時点で球が置かれている点の座標を（a_i，b_i）で表す。U の部分集合

$$A_n=\{(a_1,\ b_1),\ (a_2,\ b_2),\ \cdots,\ (a_n,\ b_n)\}$$

を考える。

（1） xy 平面上で連立不等式 $\begin{cases} |x|\leqq 1 \\ |y|\leqq 1 \end{cases}$ の表す領域を A とする。$A_n\subset A\cap U$ となる確率を p_n とすると $p_{2m-1}=$ $\boxed{（あ）}$，$p_{2m}=$ $\boxed{（い）}$ である。

（2） xy 平面上で不等式 $0\leqq x-y\leqq 2$ の表す領域を B とする。$A_n\subset B\cap U$ となる確率を q_n とすると $q_n=$ $\boxed{（う）}$ である。

（3） $A_n\subset A\cap U$ または $A_n\subset B\cap U$ となる確率を r_n とすると $r_{2m-1}=$ $\boxed{（え）}$，$r_{2m}=$ $\boxed{（お）}$ である。

（4） 集合 A_n の要素の個数が3となる確率を s_n とすると $s_1=s_2=0$，$s_3=$ $\boxed{（か）}$，$s_4=$ $\boxed{（き）}$ である。

（5） $m\geqq 2$ のとき s_{2m} を m の式で表しなさい。

［Ⅲ］

設問（1），（2），（4）では，文章の空欄に適切な数または式を入れて文章を完成させなさい。また，設問（3）に答えなさい。

関数 $y=f(x)$ は原点 $x=0$ を含むある開区間を定義域とし，そこで微分可能かつ $f(x)>0$ とする。また $k=f(0)$ とおく。この関数のグラフ上の点 $\mathrm{P}\,(x,\ f(x))$ における法線と x 軸との交点を $\mathrm{Q}\,(a(x),\ 0)$，点 P から x 軸におろした垂線と x 軸との交点を $\mathrm{R}\,(x,\ 0)$ とする。

（1） 関数 $a(x)$ と $f(x)$ の間には $a(x)=$ $\boxed{\text{（あ）}}$ の関係がある。

（2） △PQR の面積が一定値 m となるような関数 $f(x)$ で，定義域でつねに $f'(x)>0$ を満たすものを k と m を用いて表すと $f(x)=$ $\boxed{\text{（い）}}$ である。

（3） $a(x)=\alpha x+\beta$（ただし α，β は定数）となるとき，関数 $y=f(x)$ のグラフは 2 次曲線の一部分であることを示しなさい。

（4） （3）における 2 次曲線が x 軸上に 2 つの焦点をもつ楕(だ)円となるための条件は $\boxed{\text{（う）}}$ である。また，その楕円の 2 つの焦点の x 座標を α，β，k を用いて表すと $\boxed{\text{（え）}}$ $\pm$ $\boxed{\text{（お）}}$ である。

[Ⅳ]

設問（1），（3），（4）では，文章の空欄に適切な数または式を入れて文章を完成させなさい。（空欄に入れる適切な数または式が複数個ある場合は，それらをすべて答えなさい。）また，設問（2）に答えなさい。

x の多項式 $f_n(x)$ $(n=0,\ 1,\ \cdots)$ を $f_0(x)=1$，$f_1(x)=x$，

$$f_{n+1}(x)=2xf_n(x)-f_{n-1}(x) \qquad (n=1,\ 2,\ \cdots)$$

により順に定める。

（1） $f_5(x)$ を具体的に求めると $f_5(x)=$ $\boxed{\text{（あ）}}$ であり，方程式 $f_5(x)=0$ を解くと $x=$ $\boxed{\text{（い）}}$ である。

（2） $n=1,\ 2,\ \cdots$ に対して，$f_n(\cos\theta)=\cos n\theta$ であることを示しなさい。

（3） （1）と（2）を用いて $\cos\dfrac{\pi}{10}$ の値を求めると $\boxed{\text{（う）}}$ である。

（4） n を3以上の奇数とする。関数 $y=f_n(x)$ $(-1<x<1)$ は極大値 $\boxed{\text{（え）}}$ をとる。この極大値をとる x の値すべてを n を用いた式で表すと $x=$ $\boxed{\text{（お）}}$ である。